

Chapitre 2

Un modèle d'équilibre général calculable multirégional

La mise au point d'un MEGC suit une démarche décomposable classiquement en 7 étapes : dimensionnement, définition des processus, mise en forme des données de référence, calibrage, implémentation, réplication et enfin simulations. Dans ce qui suit, nous présentons chacune de ces étapes, en procédant à certains regroupements qui nous semblent logiques.

2.1 Le dimensionnement du modèle

2.1.1 Principe

Ayant pour ambition, comme nous l'avons évoqué au chapitre précédent, de modéliser l'ensemble d'une économie, un MEGC devrait tenir compte de chacune des composantes et processus de celle-ci, et, notamment, devrait pouvoir représenter toutes les activités productives et tous les consommateurs. Devant la complexité ou même l'impossibilité d'une telle tâche d'un point de vue pratique, il est nécessaire de procéder à des regroupements sous forme, pour les mêmes exemples, de secteurs de production ou de catégories de consommateurs. Plus cette classification sera détaillée, c'est-à-dire plus le nombre de classes sera grand, et plus nous pouvons espérer que la représentation de l'économie réelle sera précise.

Dès lors que les catégories retenues représentent des groupes suffisamment homogènes pour que les comportements soient supposés identiques au sein d'un groupe et différents de ceux des autres groupes, nous pouvons agréger les différentes composantes de l'économie afin d'obtenir une nomenclature à la fois pertinente par rapport aux questions posées et manipulable d'un point de

vue de la mise en œuvre opérationnelle du modèle. Le choix de cette agrégation n'est pourtant pas sans conséquence sur les résultats obtenus et certains auteurs ont cherché à étudier l'impact de niveaux d'agrégations différents sur les conclusions tirées d'un même modèle.

Un MEGC est ainsi caractérisé pour partie par ses dimensions, sa nomenclature, c'est-à-dire la complexité de la représentation de l'économie en régions de production, facteurs primaires, secteurs productifs et agents de consommation finale. Dans la section qui suit, nous présentons la nomenclature retenue pour notre modèle, en même temps que les notations choisies pour représenter ses différents ensembles et sous-ensembles.

2.1.2 Ensembles et sous-ensembles

L'ensemble des mailles est noté $R = \{1, \dots, r, \dots, R\}$. Nous définirons précisément leur nature dans le cas particulier des simulations présentées au chapitre suivant ; nous reviendrons également sur cette définition à la section 4.2.1 du Chapitre 4. Il faudrait en toute rigueur lui ajouter deux mailles supplémentaires, le "reste de la France", noté RDF, et le "reste du monde", noté ROW, avec lesquelles le système peut procéder à des échanges d'importation et d'exportation. Ces mailles extérieures constituant en fait des conditions aux limites du système permettant le bouclage d'un modèle économique de type ouvert, elles seront traitées de façon spécifique. Nous ne les incluons donc pas dans l'ensemble R , qui représente l'ensemble des mailles dites dès lors "domestiques", mais les regroupons dans l'ensemble $E = \{1, \dots, e, \dots, E\}$ des mailles extérieures.

Chacune des mailles r est dotée en facteurs primaires de production qui constituent l'ensemble $F = \{1, \dots, f, \dots, F\}$. Dans les applications numériques qui suivent, F comprend le travail (noté LAB), le capital (noté CAP) et la terre (notée TER, en fait uniquement la terre à usage agricole).

Ces facteurs sont détenus par les consommateurs régionaux de l'ensemble $H = \{1, \dots, h, \dots, H\}$ et il y a donc HR consommateurs au total. Nous ne considérons ici que deux types de consommateurs par maille : le premier, noté ARC, est considéré comme représentatif de la consommation finale privée totale ; le second constitue l'institution publique, classiquement appelée

gouvernement dans les MEGC (et donc ici notée GOV), dont la consommation est régionalisée.

Du point de vue de la représentation des activités de production, nous adoptons une nomenclature à deux niveaux, les activités de l'ensemble $J = \{1, \dots, j, \dots, J\}$ pouvant produire les biens de l'ensemble $I = \{1, \dots, i, \dots, I\}$. La relation entre les ensembles J et I n'est pas bijective puisque une activité j peut produire plusieurs biens i et, réciproquement, un bien i peut être produit par plusieurs activités j . Dans la suite, nous considérons ainsi 3 activités agricoles produisant chacune un ensemble de 6 biens : les productions de grande culture (GDC), les produits vitivinicoles (VIG), les autres cultures végétales (OCV), les bovins vivants (BOV), le lait (LAI) et les autres produits d'élevages non bovins (ENB). La prédominance de l'un ou l'autre des ateliers dans la production totale de chacune des trois activités agricoles permet alors de les distinguer entre elles : la première à orientation principalement végétale (notée VEGE), la seconde à orientation principalement animale (notée ANIM) et la dernière de polyculture-élevage (notée POLY). Cette approche nous permet ainsi de rendre compte de cette particularité importante du secteur agricole, la pluriactivité, que nous évoquions déjà en introduction.

A cette liste des activités agricoles s'ajoutent celle des industries (agroalimentaires, AIAA, et autres industries, AIND), des activités de transport (ATRS) et des autres activités de services (ASER). Chacune de ces dernières est mono-produit et l'ensemble I contient donc, outre les productions agricoles, les biens IAA, IND, SER et TRS. Au final, nous retenons donc une nomenclature à 7 activités et 10 biens, dont on trouvera la synthèse au Tableau 5. De même que pour les consommateurs, chaque activité j est susceptible d'être mise en œuvre dans chacune des mailles r et il y a donc un maximum de JR producteurs.

Par ailleurs, certains processus ne s'appliquent qu'à des sous-ensembles de la nomenclature définie précédemment. Ainsi, seules certaines mailles peuvent échanger avec l'extérieur, seuls certains biens sont échangeables, etc. Nous sommes donc amenés à définir les restrictions suivantes :

- Soit $R_x \subset R$ l'ensemble des mailles domestiques pouvant importer et exporter des biens avec l'extérieur ; de même que R , R_x sera défini plus précisément lors des simulations ;

| Activités | Biens |
|---|--|
| Agriculture à dominante végétale (VEGE) | Productions de grande culture (GDC) |
| Agriculture à dominante animale (ANIM) | Produits vitivinicoles (VIC) |
| Polyculture-élevage (POLY) | Autres cultures végétales (OCV) |
| | Bovins vivants (BOV) |
| | Lait (LAI) |
| | Autres produits d'élevages non bovins (ENB) |
| Industries agroalimentaires (AIAA) | Produits des industries agroalimentaires (IAA) |
| Autres industries (AIND) | Produits des autres industries (IND) |
| Activités de transport (ATRS) | Transport (TRS) |
| Autres activités de service (ASER) | Services (SER) |

Tableau 5 Nomenclature à deux niveaux adoptée pour la production.

- Soit $R_L^2 \subset R \times R$ l'ensemble des binômes de mailles domestiques reliées entre elles, c'est-à-dire capables de s'échanger des biens ; il est défini par l'intermédiaire d'une matrice de contiguïté (voir le Chapitre 3) ;
- Soit $I_R \subset I$ l'ensemble des biens échangeables entre mailles domestiques qui contient tous les biens i sauf le transport TRS ;
- Soit $I_X \subset I$ l'ensemble des biens échangeables avec le reste du monde qui contient tous les biens i sauf le lait LAI ;
- Soit $H_p \subset H$ l'ensemble des consommateurs privés qui ne contient donc que ARC ;

Dans la suite, lorsque de telles restrictions s'appliquent à tout ou partie d'une équation, nous les indiquons par un $\$$ ³² : $M_{i,e}^r$ ($r \in R_X$) restreint ainsi la possibilité d'importation du bien i en provenance de la maille extérieure e aux seules mailles r de l'ensemble R_X .

Enfin, lorsqu'une variable ou une équation nécessitent une référence multiple au même ensemble, nous utilisons le même indice en lui ajoutant un prime, seconde, etc. à l'exposant, autant que de besoin.

³² Nous reprenons ainsi la syntaxe de GAMS, logiciel utilisé pour l'implémentation de notre modèle : voir le paragraphe 2.4.1.3.

2.2 Les processus économiques pris en compte

2.2.1 Hypothèses

Le fonctionnement de notre modèle repose sur un certain nombre d'hypothèses relativement classiques par rapport à l'ensemble des MECC rencontrés actuellement dans la littérature.

L'hypothèse fondamentale consiste à adopter le cadre théorique de l'économie néoclassique qui considère une information et une rationalité parfaites des agents économiques modélisés. Producteurs et consommateurs ont ainsi des comportements optimisateurs basés sur la connaissance complète et instantanée de tous les prix et des choix de tous les autres agents. S'ajoutent des hypothèses plus techniques, qui ne sont pas imposées par le paradigme néoclassique et qu'il convient d'explicitier puisqu'elles limitent *de facto* les possibilités de notre modèle. Certaines d'entre elles seront ainsi discutées au Chapitre 4, constituant des pistes de développement futur de notre travail.

Tous les facteurs de production sont supposés parfaitement mobiles entre secteurs³³ : par exemple, une partie de la main-d'œuvre utilisée à l'origine par les activités agricoles peut, finalement, être "transférée" aux services lors d'une simulation. En ce sens, notre modèle représente le long terme puisque de tels ajustements ne sont possibles, dans la réalité, qu'à horizon lointain (nous y reviendrons en discussion dans le dernier chapitre, à la section 4.3.2). Les facteurs sont en revanche supposés immobiles dans l'espace et, hormis les échanges avec l'extérieur observés dans les données de référence (voir les paragraphes 2.2.5.1 et 2.3.1.2), ne peuvent donc être échangés entre mailles du système. Par ailleurs, nous faisons l'hypothèse de concurrence parfaite ainsi que de rendements d'échelle constants dans tous les secteurs productifs. Concernant la consommation, l'hypothèse centrale est celle de la non-satiation qui garantit que le revenu des agents est consommé en totalité, la croissance de la consommation pour chacun des biens n'étant pas limitée. Enfin, du point de vue des échanges avec l'extérieur, que ce soit RDF ou ROW,

³³ Hormis le facteur TER qui ne peut pas être utilisé par les activités non-agricoles ; en revanche, l'allocation de la terre est parfaitement mobile entre les différentes activités agricoles.

nous retenons l'hypothèse de petite économie ouverte (SOE) introduite au Chapitre 1.

2.2.2 Les fonctions mathématiques rencontrées

Dans leur formalisation des comportements des agents économiques, les MEGC font largement appel à des fonctions mathématiques dont nous disions au Chapitre 1 qu'elles ont de "bonnes" propriétés qui facilitent leur résolution numérique par les solveurs du marché et les rendent donc effectivement calculables. Après avoir passé en revue les principaux types de fonctions rencontrées et montré leur parenté, nous examinons plus en détail le problème soulevé dans notre cadre par l'une des plus couramment utilisées, la fonction à élasticité de substitution constante (ou CES pour "Constant Elasticity of Substitution"), et présentons la démarche que nous avons adoptée pour y remédier.

2.2.2.1 Les fonctions néoclassiques les plus courantes

Dans la très grande majorité des MEGC actuels, la variété des fonctions mathématiques rencontrées se réduit à 4 grandes familles de fonctions dites "flexibles" (Shoven et Whalley (1992)), auxquelles nous devons rajouter les fonctions dites de Leontief³⁴.

La "variable de sortie" Z se déduit des i "variables d'entrée" X_i selon :

- une fonction Leontief :

$$Z = \min \left\{ \frac{X_i}{a_i} \right\},$$

les a_i étant des paramètres (les coefficients input/output) tels que $0 < a_i \leq 1$;

- une fonction Cobb-Douglas :

$$Z = \prod_i X_i^{\alpha_i},$$

³⁴ Les fonctions de type translog, pour "transcendantales logarithmiques", introduites par Jorgenson (voir par exemple Jorgenson (1984)) sont également utilisées, bien que plus rarement.

les α_i étant des paramètres tels que $0 \leq \alpha_i \leq 1$ représentant la part de dépense en input i ;

- une fonction CES :

$$Z = \phi \cdot \left[\sum_i \delta_i \cdot X_i^{-\rho} \right]^{-1/\rho},$$

ϕ , δ_i et ρ étant des paramètres respectivement d'échelle ($\phi \geq 0$), de distribution ($0 \leq \delta_i \leq 1$) et de substitution ($-1 \leq \rho \leq +\infty$), ce dernier étant défini à partir de l'élasticité de substitution σ ($0 < \sigma \leq +\infty$) par :

$$\rho \equiv \frac{1 - \sigma}{\sigma} ;$$

- une fonction de système linéaire de dépenses (ou LES pour "Linear Expenditure System") de type Cobb-Douglas :

$$Z = \prod_i (X_i - \bar{X}_i)^{\alpha_i},$$

les \bar{X}_i représentant des niveaux minimum de consommation ($\bar{X}_i \geq 0$) ;

- une fonction LES de type CES :

$$Z = \phi \cdot \left[\sum_i \delta_i \cdot (X_i - \bar{X}_i)^{-\rho} \right]^{-1/\rho}$$

Pour les fonctions non linéaires, les rendements d'échelle sont constants lorsque, selon le cas, $\sum_i \alpha_i = 1$ ou $\sum_i \delta_i = 1$.

En réalité, ces cinq types ne font qu'un puisque, mathématiquement, la fonction Leontief correspond au cas limite de la CES pour lequel $\sigma = 0$ (il n'y a en fait pas de substituabilité, les inputs sont complémentaires) et la fonction Cobb-Douglas au cas limite où $\sigma = 1$. L'expression d'un système linéaire de dépense sous la forme d'une fonction CES serait donc le cas le plus général. Mais une telle fonction générale présente des difficultés de calibrage et n'est pas directement calculable par les solveurs dans les cas limite³⁵, de sorte que les modélisateurs préfèrent avoir recours aux formes "non-limite" adaptées.

³⁵ $1/\rho$ n'est en effet pas défini lorsque ρ vaut 0 ou l'infini, ce qui correspond respectivement aux cas Cobb-Douglas $\sigma = 1$ et Leontief $\sigma = 0$.

Ces différentes fonctions peuvent être combinées sur plusieurs niveaux ou "nids" (les anglophones parlent de "nested technologies") de façon plus ou moins complexe afin de représenter le plus finement possible les possibilités de substitution (ou non) entre variables d'entrée. Les technologies de production sont alors souvent des combinaisons de fonctions Leontief et CES alors que les fonctions d'utilité combinent souvent des fonctions Cobb-Douglas et CES, éventuellement sous forme de LES.

2.2.2.2 Le problème de la fonction CES et sa résolution

La fonction CES³⁶, sans doute parmi les plus utilisées, pose néanmoins une difficulté majeure du point de vue de son utilisation dans notre cadre de travail. En effet, cette fonction non linéaire n'est pas définie en zéro dans le cas général, $-\rho$ étant négatif lorsque $0 < \sigma < 1$. Nous avons déjà évoqué au Chapitre 1 comment ceci limite la mise en œuvre de l'hypothèse d'Armington dans la spécification des échanges et a donc participé à notre retour à l'hypothèse d'Heckscher-Ohlin enrichie d'une différenciation par les coûts de transport pour modéliser les échanges entre mailles domestiques.

Ce problème se pose également pour la spécification des technologies de production, qui font souvent appel à des fonctions CES pour modéliser les possibilités de substitution entre inputs. En effet, dans notre cadre de travail, l'éventuelle spécialisation des mailles dans certaines productions seulement doit autoriser l'apparition ou la disparition des activités correspondantes. De même que pour les échanges, cette possibilité disparaît dès lors que les paramètres sont déterminés par calibrage, définissant une fois pour toutes les activités actives et inactives. Pour palier à cette difficulté, nous avons recours à une approximation de la fonction CES selon une linéarisation par morceaux, ce qui se rapproche de la méthode dite d' "activity analysis" bien connue dans

³⁶ Ce paragraphe s'applique également à l'homologue de la fonction CES, la fonction à élasticité de *transformation* constante (ou CET pour "Constant Elasticity of Transformation"), qui spécifie une transformation imparfaite d'un input en plusieurs outputs :

$$X = \phi' \cdot \left[\sum_i \delta'_i \cdot Z_i^{\rho'} \right]^{1/\rho'}$$

avec cette fois $\rho' \equiv \frac{1 + \sigma'}{\sigma'}$ où σ' est l'élasticité de transformation.

les systèmes linéaires³⁷. La production de l'output Z n'est alors plus directement obtenue par une fonction non linéaire des inputs X_i mais par la combinaison linéaire d'un ensemble fini de techniques de Leontief :

$$X_i = \sum_t a_i^t \cdot Z^t$$

où l'indice t représente les différentes technologies possibles.

Sur la Figure 3, les courbes Z et Z' représentent ainsi deux isoquantes de la fonction CES en fonction des 2 inputs X_1 et X_2 alors que \tilde{Z} et \tilde{Z}' représentent les "isoquantes" correspondantes obtenues par linéarisation selon 3 technologies représentées par les droites t_1 , t_2 et t_3 . Bien entendu, plus le nombre de technologies retenu est grand, meilleure est l'approximation. Dans toutes les simulations présentées au chapitre suivant, nous avons retenu un nombre de technologies égal à 10.

Reste à déterminer les coefficients a_i^t de manière à effectivement représenter une fonction CES. Nous avons adopté la démarche suivante, présentée dans le cas de 2 inputs X_1 et X_2 qui correspond donc à la fonction :

$$Z = \phi \cdot \left[\delta \cdot X_1^{-\rho} + (1-\delta) \cdot X_2^{-\rho} \right]^{-1/\rho}$$

- les paramètres ϕ , δ et ρ de la fonction CES sont tout d'abord déterminés par un calibrage non présenté ici tant il est classique ;
- soit λ^t le ratio caractéristique de la technologie t (c'est-à-dire les pentes des droites t_1 , t_2 et t_3 sur la Figure 3) défini par $\lambda^t \equiv \frac{a_2^t}{a_1^t}$;
- pour la technologie t , après remplacement de X_i par son expression de Leontief $a_i \cdot Z$ dans la CES et réarrangement, on obtient :

$$a_1^t = \frac{1}{\phi} \cdot \left[\delta + (1-\delta) \cdot \lambda^{t-\rho} \right]^{1/\rho}$$

$$a_2^t = a_1^t \cdot \lambda^t$$

³⁷ A l'heure de l'écriture de cette thèse, on trouvera un long développement sur cette méthode à l'adresse suivante : <http://cepa.newschool.edu/het/essays/product/technol.htm>

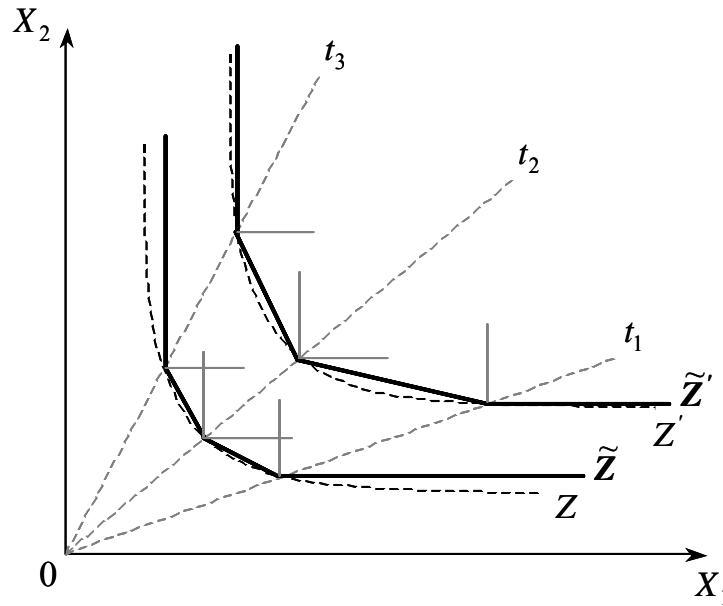


Figure 3 Linéarisation par morceaux d'une fonction CES selon 3 technologies de Leontief t_1 , t_2 et t_3 . Les courbes en pointillés Z et Z' représentent les isoquantes de la CES alors que les segments pleins et épais \tilde{Z} et \tilde{Z}' représentent les isoquantes linéarisées.

En faisant varier λ^t tout en conservant les mêmes paramètres ϕ , δ et ρ , plusieurs technologies sont ainsi simulées.

Cette méthode permet d'obtenir la définition et la continuité de la production en zéro tout en conservant une certaine flexibilité, les différentes techniques étant "substituables" entre elles de façon à atteindre n'importe quel niveau de production Z .

2.2.3 Les programmes économiques des agents

Les MEGC distinguent deux types d'agents économiques, les producteurs et les consommateurs, dont les comportements microéconomiques correspondent à des programmes optimisateurs : les premiers maximisent leur profit³⁸ sous la contrainte d'une technologie de production ; les seconds maximisent leur

³⁸ Ou minimisent leur coût de production, les deux approches étant strictement équivalentes en présence de rendements d'échelles constants.

utilité sous une contrainte de budget. Reste à spécifier les technologies de production et les fonctions d'utilité.

2.2.3.1 Le programme des producteurs

Dans chaque maille domestique, les producteurs maximisent leur profit sous la contrainte de leur technologie de production. Ce programme s'écrit :

$$\begin{aligned} \max_{\pi_j^r} \quad & \pi_j^r = \sum_i PP_i^r \cdot YB_{j,i}^r - \sum_f W_f^r \cdot Q_{f,j}^r - \sum_{i'} PCI_{i'}^r \cdot CI_{i',j}^r \\ \text{s.c.} \quad & YA_j^r = \Phi(Q_{f,j}^r, CI_{i',j}^r) \end{aligned}$$

où π_j^r et YA_j^r représentent respectivement le profit et le niveau de production de l'activité j dans la maille r , $YB_{j,i}^r$ la production de bien i par l'activité j et PP_i^r le prix reçu par le producteur pour ce bien, $Q_{f,j}^r$ la quantité du facteur f utilisé par l'activité j et W_f^r sa rémunération, $CI_{i',j}^r$ la consommation intermédiaire de bien i' par l'activité j et $PCI_{i'}^r$ le prix à la consommation intermédiaire de ce bien, et enfin $\Phi(Q_{f,j}^r, CI_{i',j}^r)$ la technologie de production de l'activité j .

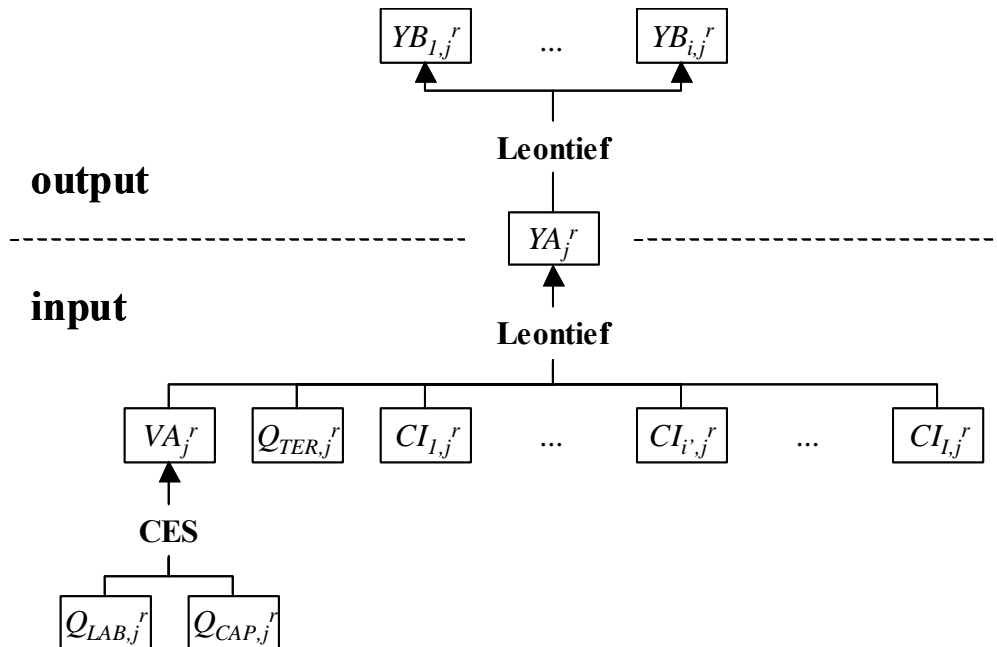


Figure 4 Schéma d'origine de la technologie de production, comportant un "nid" produisant la valeur ajoutée selon une technologie CES.

La technologie adoptée ici comporte deux niveaux de combinaison des inputs, comme l'illustre la Figure 4. Capital et travail sont tout d'abord combinés pour produire l'output intermédiaire "valeur ajoutée", selon une fonction CES. Puis, la valeur ajoutée, le facteur TER et les différentes consommations intermédiaires sont combinés selon une fonction de Leontief pour produire un agrégat "activité".

En réalité, remplaçant la fonction CES de la valeur ajoutée par sa forme linéarisée comme présenté au 2.2.2.2, nous nous ramenons à une technologie à un seul niveau utilisant un ensemble de techniques Leontief. La technologie de production $\Phi(Q_{f,j}^r, CI_{i,j}^r)$ peut donc se mettre sous la forme :

$$YA_j^{t,r} = \min \left(\frac{Q_{f,j}^r}{a_{f,j}^{t,r}}, \frac{CI_{i,j}^r}{a_{i,j}^{t,r}} \right)$$

Par rapport à la démarche présentée plus haut, nous veillons seulement, dans une étape supplémentaire, à calibrer les paramètres $a_{LAB,j}^{t,r}$ et $a_{CAP,j}^{t,r}$ (respectivement coefficients d'input des facteurs LAB et CAP pour la technique t de l'activité j dans la maille r) par rapport à l'agrégat "activité" et non plus uniquement à l'output intermédiaire "valeur ajoutée". Pour une activité donnée, ces deux coefficients sont variables d'une technique à l'autre, alors que ceux correspondant au facteur TER et aux consommations intermédiaires restent inchangés quelle que soit la technique utilisée.

L'agrégat $YA_j^{t,r}$ est alors transformé pour aboutir soit à un seul bien dans le cas des activités mono-produit (AIAA, AIND, ASER et ATRS) soit à un ensemble de biens dans le cas des activités agricoles multi-produits :

$$YA_j^{t,r} = \min \left(\frac{YB_{j,i}^r}{a_{j,i}^{t,r}} \right)$$

Etant donnée la non-jointure complète entre input et output d'une telle technologie (Gohin (1998)), la maximisation du profit total peut être obtenue en maximisant celui-ci à chacun des niveaux intermédiaires.

La réalisation du programme côté input conduit ainsi aux conditions d'équilibre du premier ordre exprimant les demandes dérivées en inputs suivantes :

$$(1) \quad Q_{f,j}^r = \sum_t a_{f,j}^{t,r} \cdot YA_j^{t,r}$$

$$(2) \quad CI_{i,j}^r = \sum_t a_{i,j}^{t,r} \cdot YA_j^{t,r}$$

De même, côté output, la réalisation du programme conduit aux offres dérivées :

$$(3) \quad YB_{j,i}^r = \sum_t a_{j,i}^{t,r} \cdot YA_j^{t,r}$$

La résolution du programme du producteur implique également que le profit soit non-négatif, et que, en présence de rendements d'échelle constants, si la production est strictement positive, le profit est nul. La formulation en complémentarité mixte (ou MCP pour "Mixed Complementarity Problem", nous y reviendrons à la section 2.4.2) de notre modèle nous permet de traduire cette contrainte de non-négativité du profit sous la forme³⁹ :

$$(4) \quad \sum_f a_{f,j}^{t,r} \cdot W_f^r + \sum_i a_{i,j}^{t,r} \cdot PCI_i^r \geq (1 - \text{tax}_j^r + \text{sub}_j^r) \cdot \sum_i a_{j,i}^{t,r} \cdot PP_i^r \quad \perp \quad YA_j^{t,r} \geq 0$$

où tax_j^r et sub_j^r sont respectivement les taux de taxe et de subvention appliqués à l'activité j dans la maille r .

2.2.3.2 Le programme des consommateurs

Le programme des consommateurs consiste à maximiser leur utilité sous la contrainte de leur revenu. Nous adoptons ici une fonction de type Cobb-Douglas pour modéliser l'utilité. Ce programme s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \max_{U_h^r} \quad & U_h^r = \prod_i CF_{i,h}^r \alpha_{i,h}^r \\ \text{s.c.} \quad & \sum_i PCF_i^r \cdot CF_{i,h}^r = (1 - \text{tepa}_h^r) REV_h^r \end{aligned}$$

où U_h^r correspond à l'utilité du consommateur h dans la maille r , $CF_{i,h}^r$ à la consommation finale de bien i par le consommateur h et PCF_i^r au prix à la consommation finale de ce bien, REV_h^r au revenu du consommateur h et tepa_h^r son taux d'épargne. $(1 - \text{tepa}_h^r) REV_h^r$ représente donc le revenu disponible pour la consommation finale.

³⁹ Précisons seulement ici que le signe \perp signifie que l'une des deux inégalités adjacentes de l'équation suivante doit être vérifiée en égalité.

La réalisation de ce programme conduit aux conditions d'équilibre du premier ordre⁴⁰ :

$$(5) \quad PCF_i^r \cdot CF_{i,h}^r = \alpha_{i,h}^r (1 - tepa_h^r) REV_h^r$$

Dans le cas des consommateurs privés, REV_h^r s'obtient comme la rétribution des facteurs de production détenus par ceux-ci, augmentée (éventuellement diminuée) des transferts nets entre consommateurs et avec l'extérieur, et diminuée de l'épargne. Il s'écrit donc :

$$(6) \quad REV_h^r = \left(1 + \sum_e (ttrf_{e,h}^r - ttrf_{h,e}^r) \right) \$(r \in R_X) + \sum_{h'} (ttrf_{h',h}^r - ttrf_{h,h'}^r) \cdot \sum_f \sum_j tdot_{h,f}^r \cdot W_f^r \cdot Q_{f,j}^r / \left(1 + \sum_e (ttrf_{e,f}^r - ttrf_{f,e}^r) \right) \$(r \in R_X)$$

où $h \in H_p$, les $ttrf_{...}^r$ représentent les taux de transferts entre consommateurs et avec l'extérieur⁴¹ et $tdot_{h,f}^r$ le taux de dotation du consommateur h en facteur f .

Dans le cas du consommateur public GOV, il faut tenir compte, en plus de ce terme, du revenu net issu de la collecte des différentes taxes diminuée des versements des différentes subventions. Nous y revenons au paragraphe 2.2.5.2.

2.2.4 Les échanges entre mailles

Nous venons de voir comment les biens sont d'une part produits et d'autre part finalement consommés. Entre les deux, des échanges entre mailles interviennent. Ceux-ci sont de deux types, selon qu'il s'agit d'échanges entre mailles domestiques ou entre une maille domestique et l'extérieur. Avant d'aborder ces deux mécanismes en détail, nous présentons un schéma général des marchés qui permet de comprendre leur enchaînement.

⁴⁰ Comme nous pouvons ainsi le constater, la représentation de l'utilité par une fonction de type Cobb-Douglas implique que la part de budget en valeur consacrée à la consommation de chacun des biens est constante quel que soit le niveau du revenu.

⁴¹ Nous verrons au paragraphe 2.2.5.1 qu'il existe également des flux de facteurs entre le système et l'extérieur qui viennent en modifier la quantité totale disponible régionalement et dont nous devons tenir compte également ici.

2.2.4.1 Schéma général des marchés

Le schéma de la Figure 5 présente l'organisation générale des marchés de notre modèle. Ici, nous en décrivons les différentes étapes sans détailler les échanges proprement dits puisqu'ils sont l'objet des paragraphes suivants.

Chaque maille domestique est dotée d'une certaine quantité exogène en chacun des facteurs de production \overline{DOT}_f^r . Celle-ci fournit d'une part le matériau nécessaire à la production et représente une source de revenu pour les consommateurs h puisque chacun en détient une certaine part $tdot_{h,f}^r$.

Nous venons de le voir, la combinaison de ces facteurs avec les consommations intermédiaires permet à chaque activité j de produire (éventuellement) une certaine quantité $YB_{j,i}^r$ de bien i dans chacune des mailles r . Au total, chaque maille produit donc une quantité Y_i^r de bien i donnée par :

$$(7) \quad Y_i^r = \sum_j YB_{j,i}^r \quad ^{42}$$

Le prix de marché P_i^r de cette production totale est alors déduit du prix perçu par chaque producteur par la relation suivante :

$$(8) \quad PP_i^r = P_i^r (1 - ttax_i^r + tsub_i^r)$$

où $ttax_i^r$ et $tsub_i^r$ sont les taux de taxe et de subvention affectant le bien i dans la maille r .

La production totale est alors éventuellement augmentée des importations $XR_{i,r'}^r$ en provenance des mailles r' pour former l'offre totale régionale YR_i^r . Celle-ci est ensuite diminuée des exportations $X_{i,e}^r$ pour ne laisser que l'offre régionale disponible YT_i^r . A son tour, celle-ci est augmentée des importations $M_{i,e}^r$ pour former la quantité QR_i^r .

Cette dernière se divise enfin entre exportations $XR_{i,r'}^r$ vers les mailles r' et quantité totale disponible à la consommation régionale QC_i^r qui représente le total de l'investissement et des consommations finales et intermédiaires de la maille r .

⁴² Bien entendu, cette somme ne contient plusieurs termes que lorsque que le bien i est produit par plusieurs activités j , ce qui n'est le cas dans notre modèle, rappelons-le, que des productions agricoles.

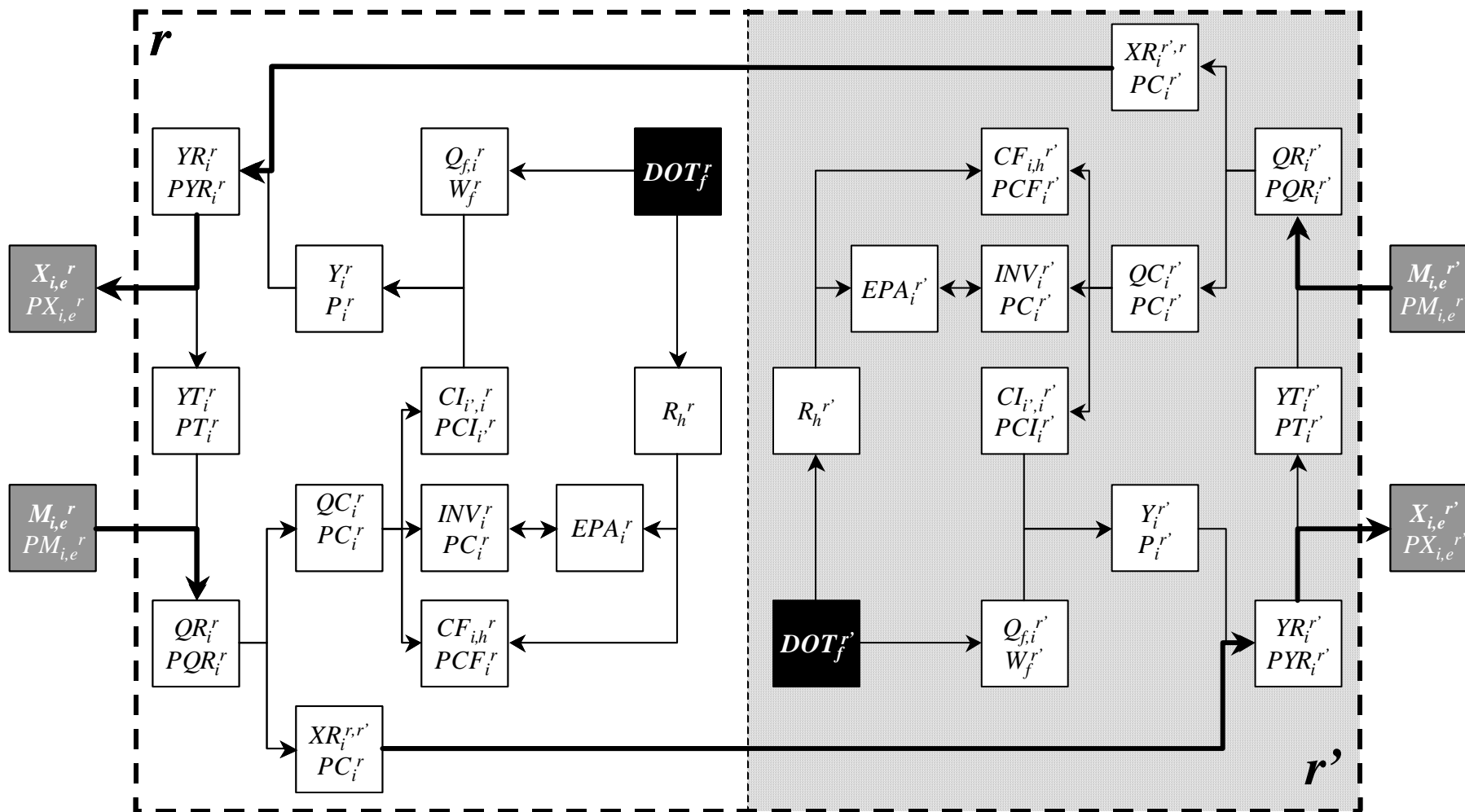


Figure 5 Schéma général d'organisation des marchés dans le cas de 2 mailles. Pour plus de lisibilité, les coûts de transport ne sont pas figurés.

C'est cette séquence d'échanges que nous décrivons maintenant de façon approfondie dans les deux paragraphes suivants.

2.2.4.2 Echanges entre mailles domestiques

Comme nous l'avons déjà précisé au Chapitre 1, les échanges entre mailles domestiques sont régis par l'hypothèse d'une substituabilité parfaite entre biens produits dans des mailles différentes. D'après le schéma précédent, les deux égalités suivantes doivent alors être vérifiées :

$$(9) \quad YR_i^r = Y_i^r + \sum_{r'} XR_i^{r',r} \mathbb{1}_{((r,r') \in \mathcal{R}_L^2 \text{ et } i \in I_R)}$$

$$(10) \quad QR_i^r = QC_i^r + \sum_{r'} XR_i^{r',r} \mathbb{1}_{((r,r') \in \mathcal{R}_L^2 \text{ et } i \in I_R)}$$

Dès lors, cette hypothèse implique également que nous ayons :

$$(11) \quad PYR_i^r = P_i^r$$

$$(12) \quad PQR_i^r = PC_i^r$$

De plus, si l'échange est possible, c'est-à-dire si $(r,r') \in \mathcal{R}_L^2$ et $i \in I_R$, alors il ne peut y avoir importation de bien i par la région r en provenance de r' que si le prix d'importation n'est pas supérieur au prix régional P_i^r . Or, ce prix d'importation correspond au prix du marché de départ, c'est-à-dire $PC_i^{r'}$ d'après notre schéma, augmenté des coûts de transport évoqués à la section 1.2.2 du Chapitre 1. Ces derniers (non figurés sur le schéma pour plus de clarté) sont supportés par la maille importatrice r mais correspondent à une consommation intermédiaire de bien i' (en fait uniquement de transport TRS) dans la maille de départ r' .

Pour $(r,r') \in \mathcal{R}_L^2$ et $i \in I_R$, le coût de transport est donc défini par :

$$(13) \quad CT_{i,i}^{r',r} = ttrs_{i,i}^{r',r} . XR_i^{r',r}$$

où $ttrs_{i,i}^{r',r}$ représente l'utilisation unitaire de bien i' pour transporter le bien i de la maille r' à la maille r (avec $ttrs_{i,i}^{r',r} \neq 0$ uniquement pour $i' = \text{TRS}$).

D'autre part, toujours avec $(r,r') \in \mathcal{R}_L^2$ et $i \in I_R$, la non-supériorité du prix d'importation se traduit par une relation de complémentarité :

$$(14) \quad PC_i^{r'} + \sum_{i'} ttrs_{i,i}^{r',r} . PCI_{i'}^{r'} \geq P_i^r \quad \perp \quad XR_{i,i}^{r',r} \geq 0$$

Le coût unitaire de transport $ttrs_{TRS,i}^{r,r'}$, quant à lui, représente la somme de trois composantes, suivant en cela nos choix de modélisation énoncés au paragraphe 1.2.3.1 du Chapitre 1 : un premier coût de concentration au sein de r' , suivi d'un coût de transfert entre r' et r , et enfin un coût de répartition au sein de r .

Toutes les 3 sont s'inspirent du modèle dit "de l'iceberg", mais avec plus de réalisme : alors que dans la version présentée par Samuelson (1983), le coût de transport est uniquement exprimé en termes d'unités du bien transporté, le coût de transport correspond ici à une consommation explicite de bien "transport". Nous conservons cependant l'approche de Samuelson selon laquelle le transport d'un bien accroît son prix exponentiellement à la distance sur laquelle il est transporté. Nous illustrons tout d'abord ce formalisme sur la deuxième composante du coût total de transport. Soit $d_k^{r' \rightarrow r}$ la distance kilométrique entre r' et r . Selon ce modèle, cette composante est alors donnée par :

$$ttrs2_{TRS,i}^{r,r'} = \tau_i \cdot e^{\omega^{r' \rightarrow r} \cdot d_k^{r' \rightarrow r}} - 1$$

où τ_i est un paramètre représentant la plus ou moins grande facilité à transporter le bien i et $\omega^{r' \rightarrow r}$ un paramètre dépendant de l'infrastructure de transport entre r' et r .

Pour la première composante, nous choisissons comme distance le rayon moyen du disque de surface équivalente à celle de r' , soit :

$$d_k^{r' \rightarrow r'} = \frac{2}{3} \sqrt{S^{r'} / \pi}$$

La composante $ttrs1_{TRS,i}^{r',r}$ est alors donnée par :

$$ttrs1_{TRS,i}^{r',r} = \tau_i \cdot e^{\omega^{r' \rightarrow r'} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{S^{r'} / \pi}} - 1$$

identique quelle que soit r . En procédant de façon équivalente pour le coût de distribution, nous obtenons :

$$ttrs3_{TRS,i}^{r',r} = \tau_i \cdot e^{\omega^{r \rightarrow r'} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{S^{r'} / \pi}} - 1$$

identique quelle que soit r' . Au final, avec ces hypothèses, le coût unitaire total de transport est donc donné par :

$$ttrs_{TRS,i}^{r',r} = \tau_i \cdot \left(e^{\omega^{r' \rightarrow r'} \cdot \sqrt{S^{r'}/\pi}} + e^{\omega^{r' \rightarrow r'} \cdot d_k^{r' \rightarrow r}} + e^{\omega^{r' \rightarrow r} \cdot \sqrt{S^r/\pi}} \right) - 3$$

2.2.4.3 Echanges avec l'extérieur

Pour les échanges intervenant entre les mailles du système et l'extérieur, le reste de la France RDF et le reste du monde ROW, nous conservons l'hypothèse d'une substituabilité imparfaite pour un bien d'origines différentes. Dans toute cette section, $r \in \mathcal{R}_X$, $i \in I$ lorsque $e = \text{RDF}$ et $i \in I_X$ lorsque $e = \text{ROW}$.

Dans notre schéma général des marchés, la demande d'importation $M_{i,e}^r$ est donc imparfaitement substituable à l'offre régionale disponible YT_i^r , ce qui se traduit classiquement par l'emploi d'une fonction CES pour la "production" de QR_i^r . De même que précédemment dans la technologie de production, nous linéarisons cette CES et obtenons donc les demandes suivantes :

$$(15) \quad YT_i^r = \sum_t a_{i,DOM}^{t,r} \cdot QR_i^{t,r}$$

$$(16) \quad M_{i,e}^r = \sum_t a_{i,e}^{t,r} \cdot QR_i^{t,r}$$

où $a_{i,DOM}^{t,r}$ et $a_{i,e}^{t,r}$ sont respectivement les coefficients d'input pour le bien i domestique et pour le bien i importé de la maille extérieur e selon la technique t dans la maille r . Là aussi le "profit" doit être non-négatif d'où la relation de complémentarité :

$$(17) \quad a_{i,DOM}^{t,r} \cdot PT_i^r + \sum_e a_{i,e}^{t,r} \cdot PM_{i,e}^r \geq PQR_i^r \quad \perp \quad QR_i^{t,r} \geq 0$$

Le mécanisme des exportations est traité de façon symétrique par la linéarisation d'une fonction de transformation CET, et nous obtenons les trois relations suivantes :

$$(18) \quad YT_i^r = \sum_t a_{DOM,i}^{t,r} \cdot YR_i^{t,r}$$

$$(19) \quad X_{i,e}^r = \sum_t a_{e,i}^{t,r} \cdot YR_i^{t,r}$$

$$(20) \quad PYR_i^r \geq a_{DOM,i}^{t,r} \cdot PT_i^r + \sum_e a_{e,i}^{t,r} \cdot PX_{i,e}^r \quad \perp \quad YR_i^{t,r} \geq 0$$

Par ailleurs, nous avons fait l'hypothèse que le système, et donc *a fortiori* chaque maille, est une petite économie ouverte : les prix extérieurs s'imposent

donc de façon exogène à l'ensemble des mailles. Soit $\overline{PW}_{i,e}$ le prix du bien i dans la maille extérieure e .

Il ne peut d'une part y avoir offre d'importation de la part de la maille e que si le prix extérieur, converti en monnaie intérieure et corrigé des droits de douane⁴³, n'est pas supérieur au prix intérieur d'importation déterminé par l'équilibre précédent. Nous avons donc la relation de complémentarité :

$$(21) \quad \overline{PW}_{i,e} \cdot TC_e \cdot (1 + tddm_{i,e}^r) \geq PM_{i,e}^r \quad \perp \quad M_{i,e}^r \geq 0$$

où TC_e est le taux de change entre la monnaie domestique et la monnaie extérieure et $tddm_{i,e}^r$ le taux de droits de douane appliqué dans la maille r au bien i importé de la maille extérieur e .

Symétriquement, il ne peut y avoir demande d'exportation de la part de la maille e que si le prix intérieur d'exportation n'est pas supérieur au prix extérieur converti en monnaie domestique. D'où :

$$(22) \quad PX_{i,e}^r \geq \overline{PW}_{i,e} \cdot TC_e \quad \perp \quad X_{i,e}^r \geq 0$$

2.2.5 Les bouclages macroéconomiques

Les paragraphes précédents ont présenté les processus micro-économiques déterminant les comportements des agents de notre modèle. Pour assurer la cohérence entre ces programmes optimisateurs distincts, et donc l'équilibre de l'ensemble des marchés, nous devons encore énoncer les règles macroéconomiques dites "de bouclage" que doit respecter le système. C'est en grande partie le choix de ces règles qui différencie les familles de MECC évoquées au Chapitre 1.

2.2.5.1 Equilibre sur le marché des facteurs et des biens

Presque tous les marchés des biens de notre schéma général ont d'ores et déjà été traités. Il nous reste à étudier une dernière étape qui constitue le bouclage du marché des biens, et à examiner le marché des facteurs de production.

⁴³ Il n'y a pas, bien entendu, de droits de douane lorsque $e = \text{RDF}$ et la "monnaie domestique" est la même que celle ayant cours dans le reste de la France. Nous avons donc, par définition, les deux relations suivantes : $tddm_{i,\text{RDF}}^r = 0$ et $TC_{\text{RDF}} = 1$.

Le bouclage sur le marché des biens spécifie simplement que la quantité totale disponible à la consommation régionale QC_i^r couvre tous les emplois possible selon l'égalité suivante :

$$(23) \quad QC_i^r = \sum_j CI_{i,j}^r + \sum_h CF_{i,h}^r + INV_i^r + \sum_{r'} \sum_{i'} CT_{i,i'}^{r,r'} \quad \$((r, r') \in R_L^2 \text{ et } i' \in I_R)$$

où INV_i^r représente la formation brute de capital fixe associée au bien i dans la maille r , et où le dernier terme, les coûts de transport, n'est bien entendu non nul que pour $i = \text{TRS}$.

Nous devons également spécifier deux relations définissant les prix à la consommation intermédiaire et finale :

$$(24) \quad PCI_i^r = PC_i^r$$

$$(25) \quad PCF_i^r = PC_i^r \cdot (1 + ttva_i^r)$$

où $ttva_i^r$ représente le taux de TVA grevant le bien i dans la maille r .

Sur le marché des facteurs, la formalisation en complémentarité mixte nous permet d'introduire un éventuel sous-emplois, selon un mécanisme relativement simple : si sa rémunération est inférieure à un certain seuil, ou prix de réserve, la quantité totale de facteur f consommée par les activités sera inférieure à la quantité totale réellement disponible. Cette dernière correspond à la dotation régionale augmentée (éventuellement diminuée) des flux nets avec l'extérieur que nous avons déjà rencontrés au paragraphe 2.2.3.2⁴⁴. La condition d'équilibre sur le marché des facteurs s'écrit donc :

$$(26) \quad \overline{DOT}_f^r \cdot \left(1 + \sum_e (ttrf_{e,f}^r - ttrf_{f,e}^r) \right) \$(r \in R_X) \geq \sum_j QF_{f,j}^r \quad \perp \quad W_f^r \geq \bar{W}_f^{\min}$$

où \overline{DOT}_f^r représente la dotation de la maille r , exogène, en facteur f et \bar{W}_f^{\min} le prix de réserve du facteur f , supposé identique pour toutes les mailles.

⁴⁴ Nous constatons en effet dans les données de calibrage (voir le paragraphe 2.3.1.2) que des flux de facteur travail et capital existent entre la France et l'étranger. D'autre part, notre méthode de régionalisation de ces données impose de tels flux entre le système et le reste de la France pour garantir l'équilibre à cette échelle.

2.2.5.2 Equilibre du gouvernement

Au cours de la présentation des différents processus, nous avons rencontré différents taux de subvention et de taxe *ad valorem* qui interviennent dans la séquence de formation des prix. Taxes et subventions correspondent respectivement à des recettes et des dépenses pour l'institution publique régionale GOV et doivent donc être prises en compte dans le calcul de son revenu.

Celui-ci, établi pour partie par l'équation (6) au paragraphe 2.2.3.2, doit donc être complété par le terme :

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j \sum_t (ttax_j^r - tsub_j^r) a_{j,i}^{t,r} . PP_i^r . YA_j^{t,r} \\ & + \sum_i (ttax_i^r - tsub_i^r) P_i^r . Y_i^r + \sum_i \sum_h ttax_i^r . PC_i^r . CF_{i,h}^r \\ & + \left(\sum_e \sum_i tddm_{i,e}^r . \overline{PW}_{i,e} . TC_e . M_{i,e}^r \right) \$ (r \in R_X \text{ et } i \in I_{X_{e=ROW}}) \end{aligned}$$

2.2.5.3 L'épargne et l'investissement

Nous adoptons un bouclage dit néo-classique entre l'épargne et l'investissement, stipulant que l'épargne totale égalise l'investissement total. Cet équilibre s'établit à l'échelle du système et non à celle de chaque maille :

$$(27) \quad I + \sum_e TC_e . \overline{IX}_e = \sum_r \sum_h EPA_h^r + \sum_e TC_e . BF_e$$

où \overline{IX}_e et BF_e représentent respectivement l'investissement, exogène, en provenance de la maille extérieure e et la demande de capital adressée par celle-ci au système.

L'investissement dans chaque secteur, déjà rencontré à l'équation (23), est donné par la relation :

$$(28) \quad PC_i^r . INV_i^r = tinv_i^r . I$$

où $tinv_i^r$ représente le taux de formation brute de capital fixe du bien i dans la maille r .

L'épargne se déduit quant à elle de l'équation (5) :

$$(29) \quad EPA_h^r = tepa_h^r . REV_h^r$$

2.2.5.4 La balance commerciale des paiements

Enfin, la balance des paiements représente l'équilibre sur le marché des échanges avec la maille extérieure e . Elle détermine l'égalité entre les ressources, somme des importations et des transferts – en valeur – en provenance de e , et les emplois, somme des exportations et des transferts – toujours en valeur – en destination de e .

Deux variables peuvent classiquement être utilisées pour assurer l'ajustement de cette balance : le besoin (éventuellement la capacité) de financement de l'économie vis-à-vis de e , ou le taux de change. Dans son choix de l'une ou l'autre variable, le modélisateur est guidé par la nature du système de change entretenu avec la maille e : dans la zone euro, on retiendra plutôt un ajustement par le besoin de financement puisque les monnaies nationales sont désormais identiques et qu'il n'y a plus, *de facto*, de taux de change (ou plutôt celui-ci est fixé à 1) ; avec la plupart des autres pays tiers, on choisira plutôt le taux de change pour assurer l'équilibre, à besoin de financement constant, notamment lorsque le système des changes peut présenter des fluctuations importantes.

Dans notre modèle, les deux mécanismes coexistent. En effet, d'une part il n'y a pas de différence entre les monnaies du système et de la maille extérieure RDF, comme nous l'avons déjà signalé à la note 43, et nous retenons donc dans ce cas un bouclage par le besoin de financement. D'autre part, la maille extérieure ROW représentant une agrégation de l'ensemble des pays tiers, nous choisissons cette fois un bouclage par le taux de change.

De même que pour l'ajustement de l'investissement et de l'épargne, nous retenons un équilibre de la balance des paiements à l'échelle du système entier et non pas à celle de chaque maille individuelle. Il s'écrit alors, pour $r \in \mathcal{R}_X$, $i \in I$ lorsque $e = \text{RDF}$ et $i \in I_X$ lorsque $e = \text{ROW}$:

$$\begin{aligned}
 (30) \quad TC_e.BF_e &= \sum_r \sum_i \overline{PW}_{i,e}.TC_e.M_{i,e}^r - \sum_r \sum_i \overline{PW}_{i,e}.TC_e.X_{i,e}^r \\
 &- \sum_r \sum_f (ttrf_{e,f}^r - ttrf_{f,e}^r) \cdot \sum_j W_f^r \cdot Q_{f,j}^r / (1 + \sum_e (ttrf_{e,f}^r - ttrf_{f,e}^r)) \$(r \in \mathcal{R}_X) \\
 &- \sum_r \sum_h (ttrf_{e,h}^r - ttrf_{h,e}^r) \cdot \sum_f \sum_j tdot_{h,f}^r \cdot W_f^r \cdot Q_{f,j}^r / (1 + \sum_e (ttrf_{e,f}^r - ttrf_{f,e}^r)) \$(r \in \mathcal{R}_X)
 \end{aligned}$$

où BF_e représente le besoin de financement (éventuellement la capacité si cette variable est négative) adressé à la maille extérieure. D'après ce qui précède, nous avons donc de plus :

$$(31) \quad TC_{RDF} = \overline{TC}_{RDF} \text{ et } BF_{ROW} = \overline{BF}_{ROW}$$

2.2.6 Définition d'un numéraire et loi de Walras

L'ensemble des équations présentées dans les sections précédentes ne permettent de déterminer qu'un système de prix relatifs. Il est alors d'usage de définir un numéraire par rapport auquel tous les autres prix sont exprimés. Le choix de ce prix "étalon" n'est pas anodin et peut influencer, sinon les résultats, du moins leur interprétation qu'il convient donc de conduire avec prudence, en gardant toujours à l'esprit que les variations de prix constatées sont "en termes de numéraire". Si le taux de salaire (la rétribution d'une unité de facteur travail) ou le taux de change sont parfois choisis, il est également courant de définir le numéraire à partir d'un indice des prix (à la production ou à la consommation). Ici, nous choisissons pour numéraire l'indice régional moyen des prix à la production défini par :

$$(32) \quad \frac{\frac{1}{R} \cdot \sum_r \sum_i P_i^r Y_i^{0r}}{\sum_i P_i^{SYS} Y_i^{0SYS}} = 1$$

où l'exposant 0 représente la valeur initiale de la variable concernée et où SYS désigne la variable définie à l'échelle du système.

Enfin, un modèle d'équilibre général doit vérifier la loi de Walras selon laquelle, dans une économie à n marchés, si $n - 1$ marchés sont en équilibre, alors le $n^{\text{ème}}$ marché doit l'être également. Le système d'équations est donc surdéterminé d'une équation. Une stratégie classique pour juger de la cohérence interne d'un MEGC consiste alors à retirer l'équation d'équilibre d'un des marchés et à s'assurer *a posteriori* qu'elle est bien vérifiée par les résultats du modèle. Ici, nous choisissons de retirer l'équation (27) stipulant l'équilibre entre l'investissement total et l'épargne totale à l'échelle du système.

2.3 Données de référence et calibrage

2.3.1 Construction des données à l'échelle du système

Les données de statistique économique nécessaires au calibrage sont en général disponibles à l'échelle nationale. Mis à part dans certains pays où existe une longue tradition de construction de modèle d'Input/Output multi- ou interrégionaux, il est très rare que des données similaires existent de façon exhaustive et cohérente à l'échelle infra-nationale. A notre connaissance, de telles données n'existent pas, de toute façon, à une échelle aussi locale que celle envisagée ici, d'autant plus si le système étudié ne représente pas une "entité statistique" habituelle (voir la section 4.2.1 du Chapitre 4 à ce sujet).

Plutôt que de travailler sur un jeu de données purement théoriques et dans l'optique de construire un modèle opérationnel basé sur des statistiques réelles, nous procédons en deux temps pour obtenir des données satisfaisantes à l'échelle de notre système : une matrice de comptabilité sociale nationale est tout d'abord construite de façon classique ; nous la régionalisons ensuite à l'aide de ratios pertinents obtenus par d'autres sources statistiques, éventuellement non-économiques. Dans les paragraphes qui suivent, nous ne présentons que les principes de la méthode ; celle-ci est exposée en détail en Annexe 2 (p. 251). Les données ainsi obtenues, si elles ne correspondent pas à des valeurs locales "réelles" (*i.e.* statistiquement observées) représentent néanmoins une approximation réaliste de l'économie du système.

2.3.1.1 Principe d'une MCS

Pour réaliser le calibrage du modèle, il est nécessaire de connaître pour une année particulière les valeurs de toutes les variables endogènes rencontrées précédemment. La solution la plus communément utilisée consiste à organiser ces données sous la forme d'une matrice de comptabilité sociale (MCS ou SAM pour "Social Accounting Matrix", voir par exemple Pyatt (1988), Guyomard *et al.* (1996), Isard *et al.* (1998)).

Une MCS est un tableau statistique carré qui représente les flux en valeur (quantités multipliées par des prix) entre les différents comptes de l'économie, les emplois étant représentés en ligne, les ressources en colonne : l'élément d'une case représente donc un flux monétaire du compte en colonne vers celui

en ligne ; le flux physique éventuellement associé suit quant à lui le chemin inverse, de la ligne vers la colonne. Les différents comptes généralement identifiés sont :

- le compte des activités,
- le compte des biens,
- le compte des facteurs de production (ou de la valeur ajoutée),
- le compte des marges commerciales,
- le compte des secteurs institutionnels,
- le compte de capital (investissement et épargne),
- le compte des relations avec l'extérieur (importations et exportations).

La structure générale d'une MCS simplifiée est présentée au Tableau 6. Il y a équilibre général lorsque chacun des totaux en ligne est égal à son homologue en colonne. Nous présentons plus complètement la méthode d'élaboration de ce type de matrice dans la section suivante.

| | Activités | Biens | Facteurs | Institutions | Reste du monde | TOTAL |
|----------------|-----------------------|-------------------------------|--|-----------------------------|--|-------|
| Activités | | Production au prix producteur | | Subventions | | (L1) |
| Biens | Conso. Intermédiaires | | | Conso. finales +subventions | Exportations FOB | (L2) |
| Facteurs | Valeur ajoutée | | | | Rémun. des facteurs ext. utilisés dom. | (L3) |
| Institutions | Taxes | Taxes | Rémunération des dotations | Transferts | Transferts | (L4) |
| Reste du monde | | Importations CAF | Rémun. des facteurs dom. utilisés à l'ext. | Transferts | | (L5) |
| TOTAL | (C1) | (C2) | (C3) | (C4) | (C5) | |

Tableau 6 Structure simplifiée d'une matrice de comptes sociaux. Il y a équilibre général lorsque $C1 = L1$, $C2 = L2$, ..., $C5 = L5$ simultanément. Les comptes des marges et du capital ne sont pas figurés ; les cases grisées ne sont pas renseignées car sans signification.

2.3.1.2 Données nationales de référence

La MCS nationale est construite à partir des différents comptes de la nation fournis par l'INSEE⁴⁵, l'année de référence retenue étant 1995. Ces données utilisent le "Système Européen des Comptes - SEC 95" (Eurostat (1996)), cadre cohérent de comptabilité nationale devant être appliqué par les Etats Membres de l'Union Européenne. Une description exhaustive de la marche à suivre pour construire une MCS à partir de ces données peut être trouvée chez Plachot (2001).

Dans un premier temps, une MCS équilibrée est construite à partir des Comptes des Secteurs Institutionnels avec un niveau d'agrégation maximum des comptes de production, puisqu'elle ne représente qu'une seule activité, somme de toutes les activités, et un seul bien, somme de tous les biens.

Le volet production de cette matrice est alors désagrégé selon une nomenclature compatible avec la "Nomenclature statistique des Activités économiques dans la Communauté Européenne" (NACE Rév. 1), grâce aux Tableau des Ressources, Tableau des Emplois Finals et Tableau des Entrées Intermédiaires. Cette nomenclature est beaucoup plus détaillée que celle retenue pour notre modèle puisqu'elle distingue une quarantaine d'activités et autant de biens, ainsi que cinq institutions de consommation.

Malheureusement, le secteur agricole y est quant à lui agrégé en une seule activité et un seul bien, ce qui n'est pas satisfaisant dans notre cadre puisque nous souhaitons justement mettre l'accent sur cette branche. Nous utilisons alors des données du RICA (Réseau d'Information Comptable Agricole, SCEES (1997)) ainsi que les données des "Comptes régionaux et département de l'agriculture en base 95" (SCEES (2000)) et celles des "Concours publics à l'agriculture 1995 - 1999" (MinAgri (2000)) pour désagréger le secteur agricole.

Finalement nous obtenons une MCS nationale comprenant notamment 12 activités agricoles, agrégation d'OTEX⁴⁶ du RICA, et 30 produits agricoles, 19 végétaux et 11 animaux, qui pourra servir pour calibrer une future version opérationnelle de notre modèle (voir la section 4.1.1 du Chapitre 4). Cette

⁴⁵ Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques

⁴⁶ OTEX : Orientation Technico-économique des EXploitations agricoles

matrice est alors finalement ré-agrégée par sommation des lignes et colonnes selon la nomenclature adoptée pour le modèle présenté ici (voir la section 2.1.2). La MCS résultante est figurée au Tableau 7.

2.3.1.3 Régionalisation à l'échelle du système

La matrice nationale ainsi obtenue doit maintenant être régionalisée à l'échelle du système. Pour ceci, nous appliquons une méthode basée sur l'utilisation de ratios. Idéalement nous devrions appliquer à chaque case de la matrice un pourcentage représentant la part du système étudié dans le total national pour la variable correspondante. Mais ceci reviendrait à disposer des statistiques exhaustives permettant de construire directement une MCS à l'échelle du système, ce que nous avons déjà noté comme impossible dans le cas général. Nous identifions donc des grandeurs statistiques, économiques ou non, disponibles à l'échelle du système, que nous appliquons à toutes les cellules pour lesquelles elles nous semblent bien adaptées.

Les sources de ces variables "pertinentes" sont principalement la base de données "ABD Cantons" de l'INSEE (INSEE (1997)), les "Enquêtes sur la structure de l'agriculture française" (SCEES (1999)) et les "Comptes régionaux et département de l'agriculture en base 95" du SCEES⁴⁷, ainsi que des données du commerce extérieur disponibles auprès des Directions Régionales des Douanes et Droits Indirects (DRDDI72 (2000)).⁴⁸

Différents ratios étant ainsi appliqués en ligne et en colonne, la MCS obtenue n'est plus équilibrée, c'est-à-dire que les sommes en ligne et en colonnes ne sont plus égales. Des flux nets avec le reste de la France permettent de rétablir l'équilibre régional ; le compte de la maille extérieure RDF est ainsi équilibré par construction. La matrice correspondante est présentée au Tableau 8.

⁴⁷ Service Central des Etudes et Enquêtes Statistiques du Ministère de l'Agriculture.

⁴⁸ Malheureusement, nous n'avons pas pu disposer, pour certaines de ces variables locales, de statistiques contemporaines des données nationales de 1995. Ainsi, la base ABD Cantons de l'INSEE correspond au recensement général de la population de 1990 et les données de la DRDDI de Poitiers sur le commerce extérieur de la région Poitou-Charentes de 1998.

| | VEGE | ANIM | POLY | AIAA | AIND | ATRS | ASER | GDC | VIG | OCV | BOV | LAI | ENB | IAA | IND | TRS | SER | LAB | CAP | TER | ARC | SUB | GOV | INV | ROW | TOT | | |
|------|-------|-------|------|-------|--------|-------|--------|------|------|-------|------|------|------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| VEGE | | | | | | | | 59.9 | 48.2 | 82.7 | 3.6 | 1.4 | 3.0 | | | | | | | | | 4.8 | | | | 203.5 | | |
| ANIM | | | | | | | | 9.0 | 3.9 | 8.1 | 39.0 | 39.1 | 43.6 | | | | | | | | | | 4.1 | | | | 146.9 | |
| POLY | | | | | | | | 14.4 | 0.6 | 10.6 | 10.9 | 11.9 | 7.6 | | | | | | | | | | 2.0 | | | | 57.9 | |
| AIAA | | | | | | | | | | | | | | 704.1 | | | | | | | | | 2.3 | | | | 706.4 | |
| AIND | | | | | | | | | | | | | | | 4465.9 | | | | | | | | 7.1 | | | | 4472.9 | |
| ATRS | | | | | | | | | | | | | | | | 599.3 | | | | | | | 15.8 | | | | 615.1 | |
| ASER | | | | | | | | | | | | | | | | | 7056.4 | | | | | | 22.3 | | | | 7078.7 | |
| GDC | 3.5 | 12.7 | 0.4 | 19.9 | 0.0 | | 3.3 | | | | | | | | | | | | | | | 0.6 | 25.7 | | -0.2 | 22.2 | 88.1 | |
| VIG | | | | 14.7 | | | 13.0 | | | | | | | | | | | | | | | 22.4 | | | -1.0 | 9.2 | 58.2 | |
| OCV | 21.5 | 11.1 | 4.4 | 20.7 | 6.3 | | 6.1 | | | | | | | | | | | | | | | 45.6 | 4.5 | | 7.7 | 6.0 | 133.9 | |
| BOV | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 39.7 | | | 2.6 | | | | | | | | | | | | | | | | 7.0 | | 0.6 | 6.1 | 56.0 | |
| LAI | | | | 50.1 | | | 2.6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 52.7 | |
| ENB | 0.8 | 2.4 | 1.7 | 40.8 | 2.3 | | 2.9 | | | | | | | | | | | | | | | 4.6 | 1.4 | | 1.7 | 1.8 | 60.4 | |
| IAA | 2.6 | 22.0 | 12.0 | 124.4 | 26.7 | 0.4 | 14.0 | | | | | | | | | | | | | | | 579.5 | 15.4 | 0.0 | 7.1 | 146.8 | 950.9 | |
| IND | 48.0 | 17.2 | 9.0 | 79.1 | 2050.6 | 67.1 | 453.4 | | | | | | | | | | | | | | | 1079.6 | 4.8 | 62.8 | 1194.7 | 1174.3 | 6240.4 | |
| TRS | 0.1 | 0.1 | 0.0 | 2.3 | 48.3 | 200.1 | 188.3 | | | | | | | | | | | | | | | 117.6 | 27.9 | 2.6 | | 52.7 | 639.9 | |
| SER | 9.5 | 4.3 | 2.4 | 97.1 | 637.4 | 50.8 | 1848.1 | | | | | | | | | | | | | | | 2188.8 | 27.6 | 2050.3 | 281.1 | 325.5 | 7523.0 | |
| LAB | 28.2 | 7.9 | 2.1 | 113.4 | 1067.6 | 180.6 | 2638.2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 20.6 | 4058.5 |
| CAP | 43.7 | 42.9 | 16.1 | 95.1 | 552.0 | 101.6 | 1706.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 239.5 | 2797.4 |
| TER | 41.7 | 22.7 | 8.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 72.9 |
| ARC | | | | | | | | | | | | | | | | | | 4044.1 | 2452.0 | 72.9 | 1581.0 | | 1335.3 | | | 24.6 | 9509.8 | |
| TVA | | | | | | | | 0.0 | 1.9 | 4.8 | | | 0.4 | 53.8 | 339.4 | 8.3 | 170.5 | | | | | | | | | | | |
| DDM | | | | | | | | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | | 0.0 | 1.4 | 9.7 | | 0.0 | | | | | | | | | | | |
| TAX | 3.9 | 3.6 | 1.5 | 9.1 | 81.9 | 14.5 | 199.8 | 0.4 | 0.3 | 0.5 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 67.6 | 179.0 | 3.3 | 99.7 | | | | | | | | | | | |
| GOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 58.7 | | | 2268.7 | | 318.0 | | 43.2 | 3945.0 | |
| EPA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1599.7 | | -87.5 | | -16.7 | 1495.6 | |
| ROW | | | | | | | | 4.3 | 3.4 | 27.1 | 2.2 | | 5.5 | 124.0 | 1246.4 | 29.1 | 196.4 | 14.4 | 286.6 | | 21.8 | | 90.9 | 3.8 | | 2055.9 | | |
| TOT | 203.5 | 146.9 | 57.9 | 706.4 | 4472.9 | 615.1 | 7078.7 | 88.1 | 58.2 | 133.9 | 56.0 | 52.7 | 60.4 | 950.9 | 6240.4 | 639.9 | 7523.0 | 4058.5 | 2797.4 | 72.9 | 9509.8 | | 3945.0 | 1495.6 | 2055.9 | | | |

Tableau 7 Matrice de Comptes Sociaux pour la France en milliards de FRF pour l'année de référence 1995 selon la nomenclature adoptée pour ce modèle. La somme d'une ligne ou d'une colonne n'est pas systématiquement strictement égale au montant indiqué dans la case TOT en raison d'arrondis.

| | VEGE | ANIM | POLY | AIAA | AIND | ATRS | ASER | GDC | VIG | OCV | BOV | LAI | ENB | IAA | IND | TRS | SER | LAB | CAP | TER | ARC | SUB | GOV | INV | RDF | ROW | TOT | | |
|------|------|------|------|------|-------|------|-------|------|------|------|-----|-----|-----|-------|-------|------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| VEGE | | | | | | | | 914 | 832 | 1263 | 55 | 16 | 45 | | | | | | | | | 75 | | | | | 3199 | | |
| ANIM | | | | | | | | 74 | 266 | 58 | 248 | 250 | 297 | | | | | | | | | 34 | | | | | 1228 | | |
| POLY | | | | | | | | 232 | 599 | 84 | 127 | 157 | 9 | | | | | | | | | 43 | | | | | 1251 | | |
| AIAA | | | | | | | | | | | | | | 8616 | | | | | | | | 28 | | | | | 8644 | | |
| AIND | | | | | | | | | | | | | | | 31225 | | | | | | | 49 | | | | | 31275 | | |
| ATRS | | | | | | | | | | | | | | | | 2792 | | | | | | 74 | | | | | 2866 | | |
| ASER | | | | | | | | | | | | | | | | | 34487 | | | | | 109 | | | | | 34596 | | |
| GDC | 55 | 107 | 8 | 243 | 0 | | 16 | | | | | | | | | | | | | | 3 | 376 | | -3 | 414 | 13 | 1233 | | |
| VIG | | | | 180 | | | 63 | | | | | | | | | | | | | | 123 | | | -33 | 1433 | 6 | 1772 | | |
| OCV | 338 | 92 | 96 | 253 | 44 | | 30 | | | | | | | | | | | | | | 251 | 63 | | 107 | 238 | 4 | 1517 | | |
| BOV | 0 | 0 | 0 | 486 | | | 12 | | | | | | | | | | | | | | | 56 | | 5 | 0 | 4 | 564 | | |
| LAI | | | | 613 | | | 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | | 625 | | |
| ENB | 12 | 20 | 36 | 499 | 16 | | 14 | | | | | | | | | | | | | | 26 | 9 | | 11 | 0 | 1 | 644 | | |
| IAA | 40 | 184 | 259 | 1523 | 186 | 2 | 68 | | | | | | | | | | | | | | 3195 | 188 | 0 | 87 | 0 | 6560 | 12293 | | |
| IND | 754 | 144 | 193 | 968 | 14338 | 312 | 2216 | | | | | | | | | | | | | | 5951 | 34 | 439 | 8353 | 265 | 3478 | 37445 | | |
| TRS | 1 | 1 | 1 | 28 | 338 | 932 | 920 | | | | | | | | | | | | | | 648 | 130 | 12 | | 0 | 3 | 3014 | | |
| SER | 150 | 36 | 52 | 1187 | 4457 | 237 | 9032 | | | | | | | | | | | | | | 12065 | 135 | 10021 | 1374 | 0 | 17 | 38764 | | |
| LAB | 443 | 66 | 44 | 1387 | 7464 | 842 | 12894 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 803 | 122 | 24066 | | |
| CAP | 687 | 359 | 348 | 1164 | 3859 | 473 | 8340 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | 1319 | 16550 | | |
| TER | 656 | 190 | 182 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1028 | | |
| ARC | | | | | | | | | | | | | | | | | | 23980 | 13516 | 1028 | 8715 | | 7360 | | 0 | 135 | 54735 | | |
| TVA | | | | | | | | 1 | 63 | 66 | | | 3 | 658 | 2373 | 39 | 833 | | | | | | | | | | | | |
| DDM | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 3 | 20 | | 0 | | | | | | | | | | | | |
| TAX | 62 | 30 | 32 | 111 | 572 | 68 | 977 | 6 | 9 | 7 | 2 | 2 | 2 | 827 | 1252 | 15 | 487 | | | | | | | | | | | | |
| GOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 312 | | 12506 | | 1688 | 0 | 229 | 23254 |
| EPA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8818 | | -464 | | 8246 | -92 | 16507 | |
| RDF | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 128 | 199 | 281 | 1953 | 0 | 160 | 2905 | 0 | 1143 | | | 2315 | | 2313 | 0 | | 11399 | | |
| ROW | | | | | | | | 6 | 5 | 37 | 3 | | 8 | 235 | 2575 | 8 | 51 | 85 | 1579 | | | 120 | | 482 | 6605 | | 11800 | | |
| TOT | 3199 | 1228 | 1251 | 8644 | 31275 | 2866 | 34596 | 1233 | 1772 | 1517 | 564 | 625 | 644 | 12293 | 37445 | 3014 | 38764 | 24066 | 16550 | 1028 | 54735 | | 23254 | 16507 | 11399 | 11800 | | | |

Tableau 8 Matrice de Comptes Sociaux pour le système en millions de FRF pour l'année de référence 1995. Le système représenté ici correspond au département de la Charente. De même qu'au Tableau 7, la somme d'une ligne ou d'une colonne n'est pas systématiquement strictement égale au montant indiqué dans la case TOT en raison d'arrondis.

2.3.2 Calibrage multi-échelles

Comme nous avons pu le constater, les équations présentées plus haut font appel à de nombreux paramètres qu'il est nécessaire de connaître afin de pouvoir résoudre le modèle. Classiquement, cette phase de chiffrage est réalisée par la méthode dite de calibrage qui permet de calculer de façon totalement déterministe les paramètres du modèle à partir des données représentant une année de référence et de la connaissance exogène de certains d'entre eux, comme les élasticités (Shoven et Whalley (1992), Schubert (1993)).

Ici, nous adoptons une méthode de calibrage en deux étapes, correspondant d'une part à l'échelle du système et d'autre part à celle des mailles élémentaires. Si elle n'est pas complètement classique, cette démarche présente certains avantages que nous décrivons. Surtout, elle nous affranchit de certaines difficultés qu'aurait soulevées la démarche orthodoxe consistant à calibrer le modèle directement à l'échelle locale.

2.3.2.1 Principe du calibrage et exogènes non calibrés

La phase de calibrage consiste à résoudre le modèle de façon inverse afin de déterminer le système de paramètres qui permet de reproduire l'équilibre de référence à partir des données de la MCS. Une alternative au calibrage consiste à estimer économétriquement tous les paramètres du modèle. C'est ce que propose Jorgenson (1984), mais les difficultés d'entreprendre systématiquement ce type d'étude pour des modèles opérationnels ont rapidement marginalisé cette approche. La technique du calibrage souffre néanmoins de deux critiques principales.

D'une part, le calibrage reposant généralement sur une seule année de référence, le choix de celle-ci pour paramétrer le modèle paraît arbitraire puisqu'elle représente obligatoirement un état particulier de l'économie. L'utilisation persistante d'une seule année pour le calibrage s'explique par la difficulté de disposer de données suffisantes et homogènes pour construire plusieurs MCS correspondant à des années différentes dans le cas de modèles opérationnels très désagrégés. Certains auteurs ont ainsi cherché à tester la robustesse du modèle face au choix de cette année et Roberts (1994) montre que, dans le cas de la Pologne et pour un modèle très agrégé, l'influence reste faible tant que l'économie étudiée se situe dans une phase relativement stable.

D'autres, comme Adams et Higgs (1990), proposent des méthodes pour construire des MCS "moyennes", représentant la synthèse de plusieurs années consécutives.

D'autre part, une classe de paramètres doit être spécifiée de façon totalement exogène : les élasticités de substitution et de transformation des fonctions CES et CET intervenant dans les différentes formes fonctionnelles. Ces paramètres sont difficiles à mesurer de façon empirique de sorte qu'il existe peu d'études économétriques permettant de les connaître avec une validité statistique suffisante (Shoven et Whalley (1992)) et que les valeurs obtenues sont de toute façon contingentes à l'étude qui les a déterminées. La plupart du temps, les modélisateurs ont alors recours à des "guesstimates", c'est-à-dire des valeurs supposées réalistes issues de la littérature. C'est une des critiques majeures des MEGC, d'autant que les résultats sont en général sensibles à ces paramètres. Des tests plus au moins complexes et complets sont donc aujourd'hui de plus en plus souvent conduits lors de la mise au point d'un MEGC afin d'étudier la robustesse des résultats face à l'incertitude existant sur les paramètres exogènes. Nous y reviendrons au Chapitre 3.

Les fonctions de type Leontief et Cobb-Douglas ne posent pas ce problème car leur unique vecteur de paramètres peut être totalement déterminé grâce à la connaissance des données de référence. Bien que ne recourant *in fine* qu'à des fonctions de ce type, notre modèle ne peut lui non plus s'affranchir d'une connaissance exogène des élasticités de substitution et transformation sous-jacentes, et peut donc souffrir des critiques habituellement adressées aux MEGC. En effet, bien que dans les équations de notre modèle nous n'utilisions pas directement d'élasticité de substitution puisque nous linéarisons les fonctions CES et CET, nous avons vu au paragraphe 2.2.2.2 comment le principe de calibrage des coefficients d'Input/Output des différentes techniques linéaires correspondantes repose toujours sur la connaissance des paramètres non linéaires de la fonction d'origine.

2.3.2.2 Stratégie de calibrage

Une première stratégie de calibrage aurait consisté à poursuivre la désagrégation de la MCS nationale jusqu'à l'échelle des mailles individuelles, de la même façon qu'elle a été entreprise pour déterminer la MCS à l'échelle

du système. Ceci présentait néanmoins à nos yeux deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, dans l'optique d'un modèle opérationnel, appliqué par exemple à l'échelle des communes ou cantons d'un département, il faudrait pouvoir disposer des statistiques concernant les variables "pertinentes" à l'échelle des mailles élémentaires pour pouvoir déterminer les ratios correspondants ; or cela devient de plus en plus difficile à mesure que la taille de la maille diminue, et voire impossible lorsque la maille élémentaire ne correspond pas à une unité statistique "classique" (voir la discussion de ce point au Chapitre 4). D'autre part, s'il est trivial de déterminer les flux bilatéraux permettant de restaurer l'équilibre lorsque seulement 2 mailles sont concernées (le système dans son ensemble et la maille extérieure RDF), la solution n'est plus immédiate lorsque ce nombre augmente ; il faut alors écrire un programme d'optimisation indépendant du modèle permettant de reconstruire ces flux deux à deux, par exemple sur la base de la minimisation des coûts de transport totaux. Nous avons donc décidé d'adopter une autre stratégie que nous allons présenter maintenant.

Nous calibrons tout d'abord les paramètres du modèle à l'échelle du système. Pour ceci, il suffit de considérer que le nombre de mailles R est égal à 1, et d'inverser les équations présentées précédemment en utilisant les données de la MCS de référence ainsi que les exogènes présentés ci-dessus. Les seuls paramètres qui ne peuvent être déterminés par cette voie sont dès lors : 1- les élasticités, dont le traitement a été présenté ci-dessus ; 2- les paramètres intervenant dans la définition des coûts de transport qui sont eux aussi spécifiés de façon exogène⁴⁹.

Cependant, comme nous l'avons déjà vu, les données de la MCS ne représentent que des flux en valeur, c'est-à-dire le produit d'une quantité par un prix ; or nous devons connaître ces deux variables séparément, quantité *et* prix, pour pouvoir calculer les paramètres correspondants. La solution généralement adoptée, présentée par exemple chez Mansur et Whalley (1984) ou Shoven et Whalley (1992), consiste à calibrer à l'unité certains prix rencontrés dans le modèle, de telle sorte que les données correspondantes de

⁴⁹ Même en adoptant la démarche classique de calibrage à l'échelle des mailles élémentaires, ils le seraient de toute façon ; à moins de disposer de données de référence exhaustives quant aux flux bilatéraux, ce qui n'est pas réaliste dans la pratique.

la MCS représentent alors directement des quantités. L'année de la MCS constitue donc également la référence des indices de prix pour ces quantités.

Tous ne peuvent pourtant pas l'être, le choix devant être cohérent avec les équations du modèle : par exemple, si PC_i^r est fixé à 1, PCF_i^r ne peut l'être simultanément car cela impliquerait que $ttva_i^r = 0$ d'après l'équation (25) alors que, pour certains biens au moins, les données de la matrice impliquent que ce taux ne peut être nul puisque les cases correspondantes de la ligne "TVA" sont différentes de zéro. Dans notre modèle, nous calibrons à l'unité les prix suivants :

$$\begin{aligned} W_f^{0SYS} &= 1, \\ P_i^{0SYS} &= 1, \\ PT_i^{0SYS} &= 1 \\ PC_i^{0SYS} &= 1 \\ \overline{PW}_{i,e} &= 1 \\ TC_e^0 &= 1 \end{aligned}$$

où l'exposant 0 dénote le caractère initial de cette valeur, et SYS le fait qu'elle est attribuée à la variable définie à l'échelle du système. Il est alors assez facile de déterminer, de proche en proche, l'ensemble des valeurs initiales de toutes les variables de quantité et de prix ainsi que les paramètres du modèle.

Il nous reste à déterminer la valeur de ces paramètres au sein de chacune des mailles. Soit θ^r un paramètre quelconque du modèle pour la maille r ; nous le relierons à son équivalent à l'échelle du système qui vient d'être déterminé par :

$$\theta^r = \varphi^r(\theta) \cdot \theta^{SYS}$$

où θ^{SYS} représente la valeur de θ à l'échelle du système déterminée précédemment et $\varphi^r(\theta)$ un coefficient permettant éventuellement de moduler la valeur de θ^{SYS} en fonction du contexte local de la maille r^{50} .

Rejoignant notre discussion du paragraphe 1.1.4.1 du Chapitre 1, cette façon de procéder présente l'avantage de permettre le test de différentes hypothèses concernant la nature de l'espace du système de travail. En effet, si $\varphi^r(\theta) = 1$

⁵⁰ Des contraintes peuvent peser sur certains $\varphi^r(\theta)$: ainsi, si l'on modifie les paramètres locaux des fonctions CES linéarisées, il faut veiller à ce que cette modulation respecte les contraintes particulière de calibrage de ces paramètres (voir le paragraphe 2.2.2.2).

pour l'ensemble des paramètres du modèle et quelle que soit la maille r , l'espace est alors homogène. Si au moins un des $\varphi^r(\theta)$ est différent de 1, l'espace n'est plus totalement homogène. La première stratégie, présentée en début de paragraphe, n'aurait pas permis une telle étude, et, pour l'avoir testée, conduit inévitablement à un espace non homogène.

2.4 Implémentation et simulation

2.4.1 Le recours à l'informatique et au calcul numérique

Le système constitué par les équations (1) à (32) ne peut être résolu facilement de façon analytique dans le cas général. Le recours au calcul numérique grâce aux ressources informatiques est aujourd'hui quasi routinier mais il a fallu attendre la mise au point du premier algorithme permettant de résoudre ce type de problème par Scarf dans les années 1960-70, pour voir se développer réellement les applications opérationnelles. Depuis ce travail pionnier, la diversification des techniques de résolution et l'augmentation de la puissance des outils informatiques ont permis une expansion rapide et importante des modèles mis au point, ce qui a d'ailleurs contribué à imposer le MEGC comme outil d'aide à la décision dans le domaine de l'analyse des politiques économiques⁵¹.

Trois temps peuvent être distingués dans l'implémentation informatique d'un MEGC : 1- le choix de sa formulation mathématique ; 2- le choix de l'algorithme de calcul adapté ; 3- le choix d'une interface de programmation. Nous les abordons successivement dans les paragraphes qui suivent.

2.4.1.1 Différentes formulations mathématiques

Différentes formulations mathématiques sont possibles pour représenter l'équilibre général d'une économie. Nous en décrivons trois qui, pour un problème équivalent traitable par chacune d'elles, conduisent fort heureusement à des résultats identiques, mais nous verrons que certaines d'entre elles permettent de traiter des cas plus généraux. De plus, leur mise en

⁵¹ Avec le risque de dérive normative contre lequel nous avons déjà mis en garde au Chapitre 1 !

œuvre pour la résolution de modèles opérationnels a été historiquement conditionnée par la disponibilité de solveurs capables de résoudre le type de problème correspondant, de sorte que ces différentes formulations se sont succédées dans le temps ; l'ordre de notre présentation retrace cette chronologie.

Une première méthode consiste à exprimer un MEGC sous la forme d'un problème d'optimisation non linéaire (ou NLP pour "Non Linear Programming"). Les agents ayant des comportements optimisateurs, l'objectif du modèle consiste alors à maximiser les surplus des producteurs et des consommateurs sous les contraintes comptables de bouclage des marchés. Dans ce cas, les conditions d'équilibre du premier ordre des agents ne sont pas explicitement introduites dans le modèle, mais doivent être vérifiées à l'équilibre. Les prix d'équilibre correspondent alors aux valeurs duales des quantités (les anglophones parlent de "shadow prices"). Ce format présente la difficulté qu'il ne permet pas de modéliser certains processus économiques importants, comme l'introduction de taxes *ad-valorem* (Rutherford (1995b)) ou les effets de redistribution de revenu entre plusieurs catégories de ménages (Mathiesen (1985)).

Une deuxième formulation, faisant toujours appel à l'optimisation non linéaire⁵², consiste alors à écrire explicitement les conditions d'équilibre du premier ordre des programmes des agents mais à introduire, en "contrepartie", des variables d'écart artificielles ("dummies" en anglais) dans les équations d'équilibre des marchés. L'objectif du problème d'optimisation consiste alors à minimiser la somme des carrés des écarts sous les contraintes de réalisation des programmes, somme qui doit bien sûr être nulle à l'équilibre. Cette méthode présente l'inconvénient, théoriquement mineur mais parfois concrètement difficile, de devoir choisir avec habileté l'expression à minimiser, notamment par une pondération des différents écarts. Une pondération "judicieuse" peut d'ailleurs accélérer largement les calculs et une bonne partie de l'art du modélisateur consiste justement à déterminer ces coefficients avec discernement.

⁵² Mais ne représentant pas "réellement" un problème NLP au sens où nous l'entendions dans le paragraphe précédent, comme nous allons le voir.

Cette variante présente malgré tout un caractère artificiel par rapport à l'approche théorique et ne représente finalement qu'une astuce du modélisateur pour résoudre un système d'équations lorsqu'il ne dispose pas du solveur adapté. Contrairement à la première formulation, elle permet néanmoins de tenir compte de processus tels que les taxes ou subventions *ad-valorem*, ce qui constitue un avantage pratique non négligeable. Plus récemment, la disponibilité de tels solveurs permet maintenant de résoudre un MEGC exprimé directement sous la forme d'un système carré d'équations non linéaires (format CNS pour "Constrained Non linear System"). L'avancée majeure avec cette formulation réside dans le fait qu'il n'est plus nécessaire de spécifier une quelconque expression à maximiser ou minimiser. S'il est plus fidèle à la théorie, ce format, de même que le précédent, présente néanmoins la limite de ne pouvoir recourir qu'à des contraintes en égalité. Or certains processus économiques dont le modélisateur peut souhaiter tenir compte ne peuvent être rigoureusement représentés que sous la forme d'inégalités (voir le paragraphe 2.4.2.2).

La formulation d'un modèle l'équilibre général en tant que problème en complémentarité mixte (ou MCP pour "Mixed Complementarity Problem", le terme de mixte tenant à la présence simultanée de contraintes en égalité et en inégalité) permet de s'affranchir de cette limite. Etant donné son spectre plus large et la disponibilité de solveurs efficaces permettant de la mettre en œuvre, la formulation MCP s'impose aujourd'hui comme format élégant et puissant pour l'implémentation et la résolution des MEGC. C'est celui que nous avons retenu pour notre modèle et nous le présentons donc de façon plus détaillée à la section 2.4.2.

2.4.1.2 Les algorithmes de calcul

Il n'est pas question pour nous de présenter ici en détail les algorithmes de résolution des MEGC, et nous renvoyons, entre autres, aux lectures suivantes pour des exposés plus approfondis : Mathiesen (1985), Shoven et Whalley (1992), Schubert (1993)⁵³. Nous présentons simplement quelques points de

⁵³ La documentation de GAMS contient également des explications très précises sur les solveurs auxquels ce logiciel fait appel pour la résolution des différentes classes de problèmes. Voir également le site internet de GAMS : <http://www.gams.com>.

repère sur les différents algorithmes rencontrés dans les solveurs utilisés en pratique pour la résolution des MEGC.

Comme nous l'avons déjà évoqué en introduction de cette section, le premier algorithme mis au point par Scarf est basé sur le théorème du point fixe ou théorème de Brouwer, celui-là même qui est le plus souvent utilisé pour démontrer l'existence d'un équilibre général. Scarf (1984) en donne une présentation détaillée ainsi que des améliorations qui lui ont été apportées au fil du temps, par exemple par Merrill ou Eaves (voir par exemple Petit (1996), p. 26 à 36 pour une présentation en français). Malheureusement, si l'obtention de l'équilibre est garantie lorsque celui-ci existe effectivement, cet algorithme, d'une part, est très consommateur en temps de calcul et, d'autre part, connaît des problèmes de convergence pour les modèles de grande dimension. Pour ces raisons, l'algorithme de Scarf n'est quasiment plus utilisé pour résoudre les modèles opérationnels actuels.

Des algorithmes de type Newton ou Gauss-Seidel lui sont aujourd'hui préférés, en raison notamment de leur rapidité d'obtention de la solution en pratique, bien qu'ils ne présentent pas les mêmes garanties de convergence. Plusieurs types d'algorithme sont désormais souvent combinés au sein d'un même solveur. L'algorithme proposé par Mathiesen (1985) pour résoudre les problèmes de type MCP combine ainsi deux niveaux : dans la boucle externe, une méthode de type Newton permet de construire une linéarisation du problème sous la forme d'une expansion en série de Taylor ; dans la boucle interne, chaque sous-problème linéaire est résolu par une méthode d'inversion de matrice de Lemke⁵⁴. D'après l'auteur, cet algorithme est difficilement pris en défaut en terme de convergence et se montre efficace même pour des problèmes de grande dimension. Les solveurs MILES, présenté par exemple chez Rutherford (1997), et PATH (voir notamment Ferris et Munson (1998), Ferris et Munson (2000)), sont basés sur ce principe, combinant des itérations majeures et mineures. Nous avons choisi d'utiliser le second pour résoudre notre modèle par l'intermédiaire de l'interface GAMS présentée ci-après.

⁵⁴ Cette méthode exploite notamment le caractère très 'creux' de la matrice correspondant au système d'équations d'un MEGC : un très faible pourcentage seulement des éléments de cette matrice sont non nuls.

2.4.1.3 L'interface de programmation

Au fil du temps ont été développés des environnements informatiques facilitant la tâche du modélisateur, lui évitant l'écriture du modèle directement dans le langage de programmation du solveur. Le logiciel GAMS, pour "General Algebraic Modelling System" (Meeraus (1983), Brooke *et al.* (1998)), a ainsi été mis au point à l'origine au sein de la Banque Mondiale pour fournir une interface conviviale de programmation des modèles qui y étaient développés, GAMS se chargeant de la mise en forme des données et des équations, bref du "dialogue" avec les solveurs. C'est sans doute aujourd'hui le principal outil⁵⁵ utilisé par les économistes pour programmer et résoudre des MEGC, son utilisation ne se limitant d'ailleurs pas à ce domaine. Plusieurs références fournissent des exemples didactiques d'écriture d'un MEGC avec GAMS, comme Condon *et al.* (1987) ou plus récemment Löfgren *et al.* (2001).

Rutherford (1995a) va plus loin depuis l'intégration de son solveur MPSGE (pour "Mathematical Programming System for General Equilibrium"), spécialement dédié à la résolution des MEGC, en tant que sous-système de GAMS. L'avantage majeur de MPSGE consiste à programmer un MEGC de façon très intuitive, en se passant de l'écriture explicite des équations du modèle, tâche souvent fastidieuse et source d'erreurs insidieuses : schématiquement, conditions du premier ordre et équilibres comptables sont générés automatiquement par MPSGE à partir de la spécification des technologies de production et des structures de préférence des consommateurs. Le modèle produit par MPSGE est au format MCP et peut donc être résolu par un solveur du type de MILES ou PATH. Dans ce travail, nous n'avons pas choisi d'utiliser MPSGE mais avons préféré écrire de façon explicite toutes les équations de notre modèle⁵⁶.

⁵⁵ Aux côtés de GEMPACK, un outil développé par l'équipe australienne à l'origine du modèle ORANI (voir par exemple Dixon *et al.* (1991), Horridge *et al.* (1993)) et utilisé notamment pour résoudre le modèle GTAP de Hertel (1997). Il procède par linéarisations successives à partir de l'équilibre initial. Pour plus d'information, consulter :

<http://www.monash.edu.au/policy/gempack.htm>.

⁵⁶ Si MPSGE permet de couvrir un large éventail des fonctions les plus communément utilisées dans les travaux appliqués actuels (fonctions Leontief, Cobb-Douglas, CES, CET, LES...), la modélisation de certains processus demande une maîtrise du formalisme encore réservée à Rutherford et à quelques-uns de ses disciples ! L'apprentissage de la modélisation en équilibre général calculable ne peut ainsi se passer, à notre avis, de l'exercice d'écriture

2.4.2 Le format MCP

La présentation mathématique par laquelle cette section débute permet d'introduire certaines notations et de montrer la généralité du format MCP par rapport aux formats NLP et CNS. La pertinence et l'intérêt de ce format pour l'étude de l'équilibre général sont ensuite évoqués pour finir par l'exposé des modalités de sa mise en œuvre dans le cas de notre modèle.

2.4.2.1 Expression mathématique et généralité du format

Mathématiquement, un problème en complémentarité mixte s'écrit⁵⁷ :

Etant donné la fonction continue et dérivable $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ et les vecteurs $l, u \in \mathbb{R}^N$ vérifiant $-\infty \leq l \leq u \leq +\infty$, trouver les vecteurs $z, w, v \in \mathbb{R}^N$ tels que :

$$(33) \quad \begin{aligned} F(z) - w + v &= 0 \\ l &\leq z \leq u \\ w &\geq 0, \quad v \geq 0 \\ w^t(z - l) &= 0 \\ v^t(u - z) &= 0 \end{aligned}$$

Avec cette formulation, les formats NLP et CNS évoqués plus haut se réduisent, sous certaines conditions, à des cas particuliers du format MCP. Ainsi, le problème NLP qui s'écrit :

Etant donné les fonctions $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ et les vecteurs $\hat{l}, \hat{u} \in \mathbb{R}^n$, trouver le vecteur $x \in \mathbb{R}^n$ réalisant $\max f(x)$ sous les contraintes :

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ \hat{l} &\leq x \leq \hat{u} \end{aligned}$$

correspond, si f est concave et g convexe, à un problème MCP pour lequel $N = n + m$ et :

explicite de l'ensemble des équations du modèle afin de bien en maîtriser les tenants et aboutissants. La conversion à MPSGE ne peut alors s'envisager que lorsque le recours routinier à ce type de modèle rend le travail de programmation insupportable !

⁵⁷ Dans ce paragraphe, nous nous référons principalement à Rutherford (1995b), Ferris et Munson (2000) et Dirkse et Ferris (1995).

$$z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad l = \begin{pmatrix} \hat{l} \\ -\infty \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ +\infty \end{pmatrix}, \quad F(z) = \begin{cases} \nabla f(x) - \nabla g(x)^t y \\ g(x) \end{cases}$$

où y représente le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes du programme d'optimisation.

De même, le problème CNS qui s'écrit :

$$\text{Etant donné la fonction } f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \text{ trouver le vecteur } x \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } f(x) = 0$$

correspond à un problème MCP pour lequel $N = n$ et $l = -\infty$, $u = +\infty$, $z = x$ et $F(z) = f(z)$.

Cependant, le format MCP est plus général, et tout problème MCP ne peut pas se mettre sous la forme NLP ou CNS. En particulier, certains problèmes MCP ne correspondent à aucun problème d'optimisation, comme le notent Ferris et Munson (2000) :

"In many cases, there is no optimization problem corresponding to the complementary conditions.", Ferris et Munson (2000), p. 8.

De même, dans un problème CNS, lorsqu'une borne finie est active dans la solution, la composante correspondante de la fonction F doit être strictement nulle alors qu'en complémentarité mixte, elle doit seulement être non-négative ou non-positive ; les solutions d'un problème MCP pour lesquelles $F(z) \neq 0$ ne le seront donc pas pour un éventuel problème CNS équivalent (Dirkse et Ferris (1995)).

Plus simplement, le problème MCP du système (33) peut s'écrire :

Etant donné la fonction continue dérivable $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ et les vecteurs $l, u \in \mathbb{R}^N$ vérifiant $-\infty \leq l \leq u \leq +\infty$, trouver le vecteur $z \in \mathbb{R}^N$ tel que l'une des conditions suivantes soit vérifiée pour chacun des $i \in \{1, \dots, N\}$:

$$(34) \quad \begin{aligned} & \text{soit } l_i < z_i < u_i \text{ et } F_i(z) = 0 \\ & \text{ou bien } z_i = l_i \text{ et } F_i(z) \geq 0 \\ & \text{ou bien } z_i = u_i \text{ et } F_i(z) \leq 0 \end{aligned}$$

Ces conditions se traduisent par deux égalités simultanées :

$$F_i(z) \cdot (z_i - l_i) = 0 \text{ et } F_i(z) \cdot (z_i - u_i) = 0$$

Ce que nous écrivons de façon plus compacte, le signe \perp signifiant que l'une au moins des deux inégalités adjacentes doit être vérifiée en égalité, sous la forme :

$$F_i(z) \geq 0 \perp z_i \geq l_i \text{ et } F_i(z) \leq 0 \perp z_i \leq u_i$$

ou, encore plus synthétiquement :

$$F(z) \perp l \leq z \leq u$$

2.4.2.2 L'intérêt du format MCP pour l'étude de l'équilibre général

Mathiesen (1985) a démontré que l'équilibre général d'une économie tel que formulé par Arrow et Debreu peut s'exprimer sous la forme d'un problème de complémentarité. A l'équilibre, trois classes de relation de complémentarité doivent ainsi être vérifiées (Böhringer et Rutherford (1998)) :

1. complémentarité entre la condition d'équilibre du marché d'un bien et le prix d'équilibre de ce bien ;
2. complémentarité entre la condition de profit nul et le niveau d'output pour les producteurs ;
3. complémentarité entre la condition d'épuisement du revenu et la définition de celui-ci pour les consommateurs.

Rutherford (1995a) montre en outre que la complémentarité est une caractéristique qui *découle* de l'équilibre mais n'a pas à être *imposée* pour sa réalisation :

"In other words, complementary slackness is a feature of the equilibrium allocation even though it is not imposed as an equilibrium condition, per se." Rutherford (1995a), p. 6.

Comme nous l'avons déjà évoqué, le format MCP permet d'introduire explicitement dans le modèle des contraintes en inégalité, ce qui n'est pas possible avec les formats classiques de type NLP ou CNS. Il autorise ainsi la prise en compte de processus économiques plus complexes que ceux représentés généralement : prix minimum, quotas de production, détermination endogène de taux de taxe ou de subvention... Des MECC de

plus en plus nombreux utilisent ainsi le format MCP⁵⁸. Dans le domaine qui nous intéresse, des instruments de la Politique Agricole Commune tels que le prix d'intervention ou les quotas laitiers représentent typiquement des processus qui seraient difficilement traités par les formats NLP ou CNS, alors que la formulation en complémentarité permet de les introduire efficacement.

2.4.2.3 Mise en œuvre du format MCP pour notre modèle

Ainsi dans notre modèle, l'équation (21) correspond, par exemple, à une complémentarité de type 2 : pour qu'une quantité de bien i soit effectivement importée de la maille extérieur e , c'est-à-dire $M_{i,e}^r > 0$, l'importateur ne peut réaliser de profit ce qui implique la relation $\overline{PW}_{i,e}.TC_e.(1+tdm_{i,e}^r) = PM_{i,e}^r$; si cette dernière égalité n'est pas vérifiée, alors $M_{i,e}^r = 0$.

Avec les notations du paragraphe précédent, nous avons traduit cette relation de complémentarité par :

$$(21) \quad \overline{PW}_{i,e}.TC_e.(1+tdm_{i,e}^r) \geq PM_{i,e}^r \quad \perp \quad M_{i,e}^r \geq 0$$

Ce qui correspond en fait à la contrainte :

$$(21' \equiv 21) \quad (\overline{PW}_{i,e}.TC_e.(1+tdm_{i,e}^r) - PM_{i,e}^r) . M_{i,e}^r = 0$$

Dans la syntaxe utilisée par GAMS pour définir un problème de type MCP, chaque variable présentant une borne inférieure et/ou supérieure – ce qui est le cas des prix, quantités produites et consommées et des revenus, tous positifs ou nuls – doit, de la même façon, être associée à l'équation qui lui est complémentaire. Pour notre modèle, nous avons donc les associations suivantes⁵⁹ :

- complémentarités de type 1 :

$$\begin{array}{llll} (7) \perp PP_i^r & (9) \perp P_i^r & (10) \perp PQR_i^r & (15) \perp PT_i^r \\ (16) \perp PM_{i,e}^r & (18) \perp PYR_i^r & (19) \perp PX_{i,e}^r & (23) \perp PC_i^r \end{array}$$

⁵⁸ On peut dire que tous les MEGC implémentés grâce à MPSGE sont ainsi des modèles de format MCP, même si tous n'exploitent pas "réellement" les possibilités d'un tel format, et pourraient être aussi bien exprimés sous forme de problèmes CNS classiques.

⁵⁹ Rappelons que l'équation (27), correspondant à l'équilibre entre l'épargne totale et l'investissement total, est en fait retirée du système et vérifiée *a posteriori*.

$$(24) \perp PCI_i^r \quad (25) \perp PCF_i^r \quad (26) \perp W_f^r \quad (30) \perp TC_e$$

- complémentarités de type 2 :

$$(1) \perp QF_{f,j}^r \quad (2) \perp CI_{i,j}^r \quad (3) \perp YB_{j,i}^r \quad (4) \perp YA_j^{t,r}$$

$$(5) \perp CF_{i,h}^r \quad (8) \perp Y_i^r \quad (11) \perp YT_i^r \quad (12) \perp QC_i^r$$

$$(13) \perp CT_{i,i}^{r',r} \quad (14) \perp XR_i^{r',r} \quad (17) \perp QR_i^{t,r} \quad (20) \perp YR_i^{t,r}$$

$$(21) \perp M_{i,e}^r \quad (22) \perp X_{i,e}^r$$

- complémentarités de type 3 :

$$(6) \perp REV_h^r$$

En toute rigueur, il n'est pas nécessaire d'associer les variables libres, c'est-à-dire susceptibles de prendre des valeurs aussi bien positives que négatives, avec une équation complémentaire ; nous pouvons néanmoins le faire pour plus de clarté :

$$(28) \perp INV_i^r \quad (29) \perp EPA_h^r \quad (31) \perp BF_e \quad (32) \perp I$$

Le format MCP autorise ainsi une vérification supplémentaire *a priori* de la cohérence interne du modèle puisque réaliser toutes ces associations permet de s'assurer que le nombre d'équations est bien égal au nombre de variables.

2.4.3 Réplication et simulations

Une fois les étapes précédentes réalisées, nous sommes prêts à étudier l'impact d'une modification des politiques économiques prises en compte par le modèle. Nous précisons ici en quoi consiste une simulation, c'est-à-dire une exécution particulière du modèle, et à quel type de résultat elle nous permet de parvenir.

Toutefois, avant de mettre en œuvre un tel exercice, il nous faut encore vérifier que le modèle reproduit bien l'équilibre initial représenté par la MCS de référence, c'est-à-dire que le calibrage du modèle a été effectué correctement. C'est la phase dite de réplication, qui dans notre cadre, tout comme le calibrage, prend une forme un peu originale.

2.4.3.1 Réplication et équilibre multirégional de référence

La démarche classique voudrait en effet que, le modèle ayant une structure multirégionale, nous vérifiions la réplication d'un équilibre de référence lui-même multirégional. Or, lors de la mise en forme des données et du calibrage, nous avons vu que nous nous sommes "contenté" de produire une MCS à l'échelle du système et non à celle des mailles élémentaires. Nous ne disposons donc pas explicitement d'un équilibre multirégional de référence. En particulier, nous n'avons pas les moyens de connaître la structure des échanges bilatéraux entre mailles domestiques pour l'année de référence. C'est pourquoi, la réelle vérification d'une réplication des données par notre modèle ne peut s'effectuer qu'à l'échelle du système complet. *Ensuite seulement* l'équilibre de référence est-il *calculé* de façon endogène par le modèle.

La phase de réplication à l'échelle du système consiste alors à faire comme si celui-ci ne comportait qu'une seule maille (*i.e.* $R = 1$) entièrement pourvue des dotations factorielles, afin de vérifier que le modèle reproduit bien les données de la MCS de référence à partir de la seule connaissance des exogènes et des paramètres calibrés θ^{SYS} . Si tel est bien le cas, le nombre de mailles peut alors être fixé au niveau souhaité (*i.e.* $R > 1$) et le modèle exécuté d'après les dotations de chaque maille \overline{DOT}_f^r , les exogènes non calibrés et les valeurs locales des paramètres θ^r . L'équilibre multirégional de référence est alors calculé et peut lui aussi être présenté sous la forme d'une MCS dont la structure générale est donnée au Tableau 9. En particulier, les flux bilatéraux entre mailles sont ainsi déterminés de façon endogène par le modèle.

Cette méthode présente l'inconvénient que, dans le cas général, la sommation sur les régions de la MCS multirégionale ne reproduit pas exactement la MCS de référence à l'échelle du système, en raison de l'explicitation des coûts de transport qui demeuraient implicites lorsque $R = 1$. Nous discuterons ce point plus en détail dans le paragraphe 3.4.2.3 du Chapitre 3. En revanche, cette méthode présente l'avantage que l'équilibre de référence multirégional ainsi obtenu pourrait servir de première validation du modèle. En effet, si nous ne disposons pas en général de statistiques locales précises et exhaustives, nous connaissons, pour le secteur agricole au moins, les grandes orientations de

l'organisation spatiale des activités à certaines périodes déterminées⁶⁰ : par exemple, malgré une périodicité d'une dizaine d'année, le Recensement Général de l'Agriculture (RGA) nous permet de savoir, à l'échelle des communes, si telle zone d'un département est plutôt tournée vers les productions végétales ou animales, avec un détail appréciable des surfaces consacrées à chaque culture et de la taille des cheptels.

| | | r^1 | | | r^2 | | | | | | r^1 | | | r^2 | | | r^3 | | | S | | S | | | | | | | |
|-------|------|-------|------|-----|-------|------|-----|-----|------|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|--|
| | | i | i' | TRS | i | i' | TRS | i | i' | TRS | LAB | CAP | TER | LAB | CAP | TER | LAB | CAP | TER | ARC | GOV | ARC | GOV | ARC | GOV | ROW | TOT | | |
| r^1 | i | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | i' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TRS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^2 | i | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | i' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TRS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^3 | i | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | i' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TRS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^1 | LAB | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | CAP | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TER | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^2 | LAB | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | CAP | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TER | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^3 | LAB | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | CAP | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | TER | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^1 | ARC | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | GOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^2 | ARC | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | GOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| r^3 | ARC | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | GOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| S | ROW | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| S | TOT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tableau 9 Structure simplifiée de la MCS multirégionale. Cette fois, par rapport au Tableau 6, seules les cellules grisées sont renseignées, le grisé léger représentant les flux bilatéraux entre mailles.

Avec cette connaissance, nous pourrions alors vérifier si les résultats du modèle pour l'équilibre de référence sont en adéquation avec les tendances réellement observées. Une phase de calage pourrait même être envisagée,

⁶⁰ Outre le RGA mentionné ici, les différentes méthodes descriptives de l'occupation de l'espace déjà mentionnées en introduction permettent d'accéder à une telle connaissance (télédétection, TERUTI...).

permettant de choisir les $\varphi^r(\theta)^{61}$ de façon à ce que l'équilibre de référence modélisé correspondent parfaitement à la réalité de terrain.

2.4.3.2 Stratégie de simulation

Un exercice de simulation consiste alors à modifier certains paramètres du modèle (dotations en facteurs, taux de taxe ou de subvention) selon des combinaisons plus ou moins complexes. Un nouvel état d'équilibre est alors calculé et comparé à l'équilibre de référence : notre modèle n'intégrant pas la dynamique⁶², nous nous situons en effet dans un cadre dit comparatif statique.

Dans notre cas, ces simulations peuvent concerner trois grandes catégories de paramètres :

1. Les instruments de politique économique sectorielle : dans notre modèle, ce sont les taux de taxe ou de subvention et, dans les modèles plus élaborés, les prix garantis, quotas de production, etc. C'est l'exercice de simulation classiquement réalisé avec un MEGC. Dans notre cas, nous pouvons de plus tester des scénarios où la modification des paramètres ne concerne qu'un sous-ensemble des mailles du système, ce qui nous permet également d'étudier l'impact de politiques locales plutôt qu'uniquement nationales ou régionales.
2. La structure de l'espace : en effet, nous avons vu à la section 2.1.2 que les possibilités d'échange entre mailles peuvent être restreintes grâce à la définition du sous-ensemble R_L^2 puisque les équations (9), (10), (13) et (14), où interviennent les variables $XR_i^{r,r}$ et $CT_{i,i}^{r,r}$ ainsi que le paramètre $ttrs_{i,i}^{r,r}$, ne sont définies que pour les mailles appartenant à cet ensemble. Un scénario peut alors consister à lui ajouter ou enlever des mailles, simulant l'impact économique pour l'ensemble du système de l'ouverture ou fermeture d'une "route" directe entre deux mailles.

⁶¹ Rappelons qu'il s'agit des coefficients permettant la régionalisation des paramètres techniques dans chaque maille (voir le paragraphe 2.3.2.2).

⁶² Nous discutons l'introduction d'une telle dimension au Chapitre 4.

3. Les coûts de transport : à structure de l'espace et politiques économiques sectorielles constantes, nous pouvons étudier l'impact économique et en termes de répartition spatiale des activités d'une modification des coûts de transport, soit sur un trajet particulier, soit sur l'ensemble des trajets pour un bien particulier, ou encore toute combinaison possible ; la modification des coûts de transport peut également provenir du choix de la mesure ou du référentiel des distances (ce point a été abordé dans la section 1.2.3 du premier chapitre).

Etant donné nos hypothèses et la façon dont nous avons représenté certains processus — voir en particulier la section 2.2.1 — ce nouvel équilibre représente l'état de l'économie étudiée qui s'établirait à *long terme*, si aucune autre modification n'intervenait entre temps. Tirons tout de suite de cette remarque la conclusion que notre modèle ne peut en aucun cas être utilisé à des fins de prévision ! Les résultats qu'il produit n'indiquent que des tendances de l'évolution de l'économie ; ils permettent surtout de comprendre les mécanismes qui président à l'évolution du système et en particulier de mettre en évidence les interactions entre ses différentes composantes. Des tests de sensibilité nous permettront de savoir si ces tendances et mécanismes sont robustes face à la variation de certains paramètres clefs du modèle, mais pas, même s'ils sont satisfaisants, de garantir que l'équilibre calculé correspond à un état prévisible de l'économie réelle dans le futur.

2.5 Conclusion du Chapitre 2

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes étapes présidant à la mise au point de notre modèle. Ce découpage en phases successives est d'ailleurs partiellement arbitraire et l'ordre dans lequel les trois premières — dimensionnement, spécification et données — sont abordées varie d'un auteur à l'autre. Celles-ci ne sont en effet pas totalement indépendantes les unes des autres : des processus particuliers devront ou non être pris en compte selon que tel ou tel bien fait partie ou non de la nomenclature ; les données de calibrage doivent être adaptées à cette nomenclature et doivent permettre de représenter les processus retenus ; mais à leur tour, nomenclature et spécifications doivent tenir compte de la disponibilité ou non de certaines données statistiques puisque le modèle doit effectivement être chiffrable ! Ces

trois étapes doivent dès lors souvent être abordées comme un tout, et il en résulte qu'un MEGC est toujours un cas particulier, qu'il ne peut répondre qu'aux questions qui lui avaient été assignées dès le départ, et n'est souvent pas facilement, en tout cas pas directement, transposable à d'autres problématique⁶³.

L'Annexe 1 (p. 247) rappelle l'ensemble des équations du modèle ainsi que les relations de complémentarité avec les variables correspondantes. Mis à part sa dimension spatiale et la façon de la traiter, le modèle présenté ici constitue finalement une version relativement simple des MEGC généralement rencontrés aujourd'hui dans la littérature, du point de vue de la nomenclature et des processus pris en compte. Nous présentons donc dans la section 4.1.1 du Chapitre 4 les éléments dont il devrait s'enrichir pour constituer un véritable outil opérationnel d'aide à la décision. Pour la plupart, ces améliorations ont déjà été intégrées dans un modèle non-spatial que nous avons développé en parallèle du présent exercice, mais dont nous ne présentons pas les résultats ici, le choix ayant été fait de mettre l'accent sur l'intérêt de la prise en compte de la dimension spatiale dans ce type de modèles.

Le chapitre suivant s'attache à décrire les simulations effectuées et les résultats obtenus. Outre une analyse de la sensibilité vis-à-vis de l'incertitude pesant sur certains de ses paramètres clefs (élasticités et caractéristiques spatiales), nous avons cherché à étudier chacun des trois domaines d'investigation identifiés au paragraphe précédent.

⁶³ En d'autres termes, "le" MEGC n'existe pas (ou pas encore) !

